تصميم المنشآت الخرسانية المسلحة

وفقاً لمتطلبات الكود (ACI318M-14)



الدكتور المهندس

جمال عبد الواحد فرحان الظاهر

أستاذ مساعد / كلية الهندسة / جامعة الأنبار

الطبعة الثانية - مزيدة ومنقحة

تصاميم المنشآت الخرسانية المسلحة

وفقاً لمتطلبات الكود (ACI 318M-14)



الدكتور المهندس

جمال عبد الواحد فرحان الظاهر

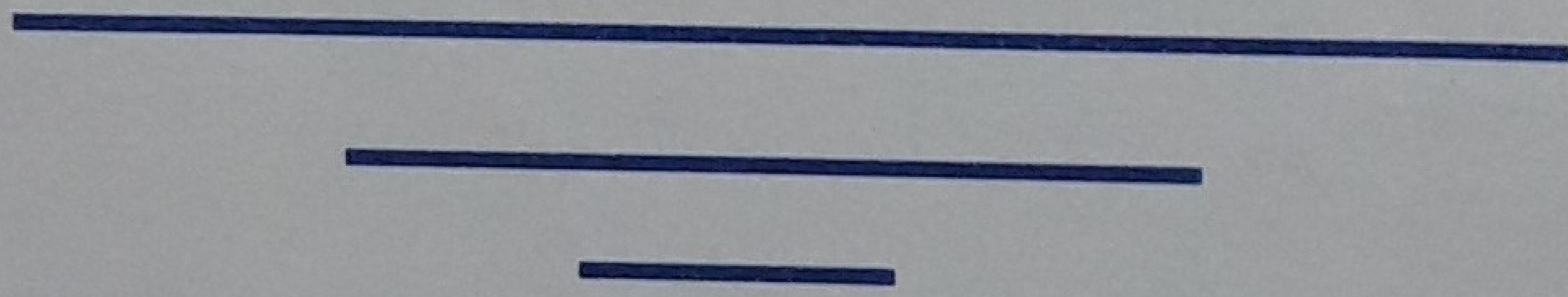
أستاذ مساعد / كلية الهندسة/ جامعة الأنبار

الطبعة الثانية

مزيدة ومنقحة

الإهداء

إلى العلماء العاملين بصمت وإخلاص



بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة الطبعة الثانية

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على نبيه الأمين وعلى آله وصحبه أجمعين .

وبعد :

بعد مضي ربع قرن على تدريس مادة تصاميم الخرسانة المسلحة لطلبة الدراسات الأولية وأكثر من خمسة عشر عاما على تدريس مادة تصميم الخرسانة المسلحة المتقدم لطلبة الدراسات العليا و نظرا للإقبال الكبير الذي لاقته الطبعة الأولى من هذا الكتاب لدى الأساتذة والمهندسين وطلاب الهندسة المدنية والذي كان حسب متطلبات الكود(**ACI 318-02**)، ونظرا لمضي فترة طويلة على إصدار ذلك الكود ولحصول بعض التغييرات على معادلات ومتطلبات تصاميم المنشآت الخرسانية المسلحة منذ إصدار ذلك الكود حتى الآن فقد تم بعون الله وتوفيقه إصدار هذه الطبعة من الكتاب وفقا لأحدث كود صدر حتى الآن وبالوحدات المترية وهو(**ACI 318M-14**). وسيشار لهذا الكود في متن الكتاب بكلمة "كود" بالعربية أو (ACI) بالانكليزية.

بالإضافة إلى التعديل الأساس أعلاه فان هناك إضافات وتعديلات أخرى على فصول الكتاب وكما يلي:

الفصل الأول

1- تم إضافة موضوع تصميم الخلطة الخرسانية حسب الطريقة الأمريكية (ACI method) وذلك لأهمية هذا الموضوع للمهندس.

الفصل الثاني

1- تم نقل موضوع معاملات أمان الأحمال من الفصل الرابع إلى الفصل الثاني وتم إضافة موضوع تراكيب الأحمال (Load Combinations) مع مثال لحساب تراكيب الأحمال على المنشأ.

2- تم إضافة مثال لتحليل المنشآت بطريقة معاملات الكود(ACI- Coefficients).

الفصل الرابع

1- تم إضافة ثلاث أمثلة لموضوع العتبات مفردة التسليح، الأول لمقارنة نسبة الزيادة في مقاومة الخرسانة مع نسبة الزيادة في مقاومة الانحناء التصميمية. والثاني لمقارنة نسبة الزيادة في إجهاد خضوع حديد التسليح مع نسبة الزيادة في مقاومة الانحناء التصميمية. والثالث لتصميم عتبة مستمرة.

2- تم إضافة مثالين لموضوع العتبات مزدوجة التسليح، الأول لحساب مسافة امتداد قضبان الانضغاط وتصميم الحديد العرضي. والثاني لإيجاد أقصى حديد شد يسمح به الكود وحساب أقصى مقاومة تصميمية حسب متطلبات الكود.

3- تم إضافة مثال لموضوع العتبات على شكل T لإيجاد أقصى حديد شد يسمح به الكود وحساب أقصى مقاومة تصميمية حسب متطلبات الكود.

4- تم حل معظم أمثلة التحليل بطريقتين الأولى بمقارنة نسب الحديد مع ρ_b و ρ_t لتحديد خضوع حديد التسليح وتحديد قيمة معامل خفض المقاومة ϕ. والطريقة الثانية مقارنة انفعال الحديد مع انفعال الخضوع ε_y والانفعال 0.005 لتحديد خضوع حديد التسليح وتحديد قيمة معامل خفض المقاومة ϕ.

الفصل الخامس

تم إضافة مثال لتصميم القص لعتبة مستمرة.

الفصل السادس

1- تم إعادة صياغة بعض الفقرات لزيادة التوضيح.

2- تم إضافة مثال لتصميم لي التوافق(Compatibility Torsion).

الفصل السابع

1- تم إعادة صياغة موضوع السيطرة على التشققات(Cracks Control).

2- تم إضافة ثلاث أمثلة من ضمنها تدقيق انحراف بلاطة باتجاه واحد(One-Way Slab).

الفصل الثامن

تم إضافة مثالين الأول لتدقيق متطلبات التثبيت للحديد السالب لعتبة بسيطة الإسناد مع جزء بارز (Cantilever) والثاني يتضمن تصميم متكامل لعتبة بسيطة الإسناد مع جزء بارز أيضا حيث يشمل تصميم القص والانحناء وإيجاد نقاط قطع الحديد وتدقيق متطلبات التثبيت.

الفصل التاسع

تم إضافة طريقة ثانية لتفصيل البلاطات باتجاه واحد وذلك بقطع القضبان في النقاط التي لم تعد هناك حاجة لها إضافة إلى طريقة ثني القضبان.

الفصل العاشر

تم إضافة طريقة ثانية لتفصيل البلاطات باتجاهين وذلك بقطع القضبان في النقاط التي لم تعد هناك حاجة لها إضافة إلى طريقة ثني القضبان.

الفصل الحادي عشر

1- تم إضافة موضوع تدقيق متطلبات القص للأعمدة مع مثال على ذلك.

2- تم إضافة موضوع إيجاد قوى وعزوم نهايات الأعمدة وتم إضافة مثال على التحليل الإنشائي لأحد هياكل بناية خرسانية من خمس طوابق بطريقتين الأولى طريقة معاملات الكود والثانية

طريقة توزيع العزوم ومن ثم تصميم عمودين من أعمدة البناية أحدهما داخلي والأخر خارجي.

الفصل الثاني عشر

1- تم إضافة مثال لتدقيق تأثيرات النحافة وتصميم أعمدة ضمن هياكل مسندة ضد الإزاحة الجانبية

2- تم إضافة مثالين لتدقيق تأثيرات النحافة وتصميم أعمدة ضمن هياكل غير مسندة ضد الإزاحة الجانبية فأصبحت ثلاث أمثلة حيث كان هناك مثال واحد في الطبعة الأولى .

الدكتور المهندس

جمال عبد الواحد فرحان الظاهر

أستاذ مساعد / كلية الهندسة / جامعة الانبار

جمادي الأولى 1437 هـ

شباط 2016 م

Email: jamal_alesawi@yahoo.com

Mobile: 07901765781

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة الطبعة الاولى

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على نبيه الأمين وعلى آله وصحبه أجمعين .

وبعد :

فقد لاحظت وبعد خبرة أمدها خمسة عشر عاماً في تدريس مادة المنشآت الخرسانية المسلحة ندرة المصادر المتوفرة باللغة العربية في هذا المجال وحتى المتوفر منها فانه لا يحاكي المدونات (codes) الحديثة . ولأجل ذلك قمت بإعداد هذا الكتاب أملاً أن يسد فراغاً في المكتبة العربية التي تفتقر إلى الكتب العلمية الحديثة.

لقد أتبعت في هذا الكتاب منهجاً أملته خبرتي في التدريس ويتلخص ذلك بوضع الأساس النظري للموضوع واشتقاق المعادلات الرياضية ومن ثم إعطاء عدد كافي من الأمثلة تغطي جوانب الموضوع لكل فصل وفي نهاية الفصل هناك عدد كافي من المسائل بما يزيد من مهارة الطالب وكفائتة.

هذا الكتاب يغطي مفردات المنهج الخاص بالدراسات الأولية لطلاب الهندسة المدنية لفصليين دراسيين وبذلك يمكن اعتماده مقرراً في مادة تصاميم المنشآت الخرسانية المسلحة للمرحلة الثالثة . كما انه يفيد الأقسام المعمارية والمعاهد العليا التي لها علاقة بالإنشاءات والمهندسين المدنيين والمعماريين .

ومن سمات الكتاب الإبقاء على الرموز والمعادلات الرياضية بالصورة الإنكليزية ومما يشجع على ذلك هو إن الأرقام الدولية هي في الأصل أرقام عربية كما أن ذلك يشجع القارئ على التواصل مع المصادر العالمية .

لقد تم اعتماد النظام الدولي للوحدات (SI- units) لأنه النظام المستخدم في معظم دول العالم . وقد تم أجراء الاشتقاقات الرياضية والمعادلات الخاصة بالتصميم وفقاً لمتطلبات أحدث مدونه (كود) لمعهد الخرسانة الأمريكي (ACI 318- 02) .

وتماشياً مع الفلسفة الحديثة في التصميم فقد تم التركيز على طريقة المقاومة في تحليل وتصميم المقاطع الخرسانية المسلحة مع عدم إهمال الطريقة المرنة المسماة طريقة اجهادات التشغيل لان لها أهمية في حساب الانحراف وفي تحليل وتصميم الخرسانة مسبقة الجهد .

يضم الكتاب اثني عشر فصلاً تعالج تحليل وتصميم العتبات والبلاطات والأعمدة حيث يقدم الفصل الأول نبذة عن المواد المستعملة في الخرسانة المسلحة وخواصها بينما يقدم الفصل الثاني وبصورة مختصرة طرق التحليل والتصميم . أما الفصل الثالث فيغطي تحليل وتصميم العتبات باستخدام طريقة اجهادات التشغيل .

الفصول الرابع والخامس والسادس تعالج تحليل وتصميم العتبات بطريقة المقاومة إذ يغطي الفصل الرابع تصميم الانحناء أما الخامس فيغطي تصميم القص بينما يغطي الفصل السادس تصمم اللي .أما الفصل السابع فيغطي صلاحية الاستخدام للعتبات والبلاطات باتجاه واحد. بينما يبحث الفصل الثامن اجهادات التماسك وأطوال التثبيت.

يغطي الفصل التاسع تصميم البلاطات باتجاه واحد والعتبات المستمرة متضمناً تصميم البلاطات المضلعة باتجاه واحد . إما الفصل العاشر فيعالج تصميم البلاطات باتجاهين .

الفصلان الحادي عشر والثاني عشر يخصان موضوع الأعمدة حيث تم بحث موضوع تصميم الأعمدة القصيرة في الفصل الحادي عشر والأعمدة الطويلة في الفصل الثاني عشر .

في إعداد هذا الكتاب لم ابخل بأي جهد أو وقت لكي يكون خالياً من الأخطاء وبما أن ذلك ضرب من المحال وجل من لا يسهو فسأكون شاكراً لمن يتقدم بأية اقتراحات أو يحدد أية أخطاء لغوية أو حسابية .

و أود هنا أن أعبر عن جزيل شكري وامتناني لكل من قدم لي أية مساعدة في انجاز هذا العمل وأخص بالذكر هنا الأخ الفاضل السيد أحمد هلال فرحان المدرس في قسم الهندسة المدنية / جامعة الانبار والذي أنجز بعض رسومات الكتاب . لقد عرفته طالبا مجتهدا بارا بأساتذته حين درسته في مرحلة الدراسات الأولية فأكثر الله من أمثاله وجزاه خيرا .

وأخيراً أتمنى أن أكون قد وفقت في الإسهام باغناء المكتبة العربية بالمصادر العلمية الحديثة والله ولي التوفيق وهو الهادي إلى سواء السبيل .

جمال عبد الواحد فرحان الظاهر

مدرس / كلية الهندسة / جامعة الانبار

المحتويات

الفصل الأول

المواد المستعملة وخواصها Materials and Properties

1.1 الخرسانة المسلحة Reinforced Concrete

تتكون الخرسانة المسلحة من مادتين هما الخرسانة وحديد التسليح. إن تحمل الخرسانة للانضغاط جيد لكنها ضعيفة في مقاومة الشد، عليه تزود بالحديد في مواقع معينة لمقاومة الشد.

من مزايا الخرسانة المسلحة أنها ذات مقاومة انضغاط عالية وقليلة الحاجة إلى الصيانة وعلى الأكثر تكون اقتصادية حيث يتم الاستفادة من المواد المحلية في إنتاجها ولا تحتاج إلى مهارات عالية في إنتاجها، كما يمكن صبها بأشكال مختلفة ومقاومتها للحريق والماء جيدة.

ومن عيوبها هو أن مقاومتها للشد واطئة واختلاف خواصها بسبب الاختلافات في نسب الخلط وطريقة التنفيذ، وقد يكون استخدام القوالب مكلف كما قد تحتاج إلى إبعاد كبيرة لأعضائها لان مقاومة وحدة الوزن منها ليست عالية مما يؤدي إلى زيادة الوزن الميت.

2.1 الخرسانة Concrete

تتكون الخرسانة من مادتين أساسيتين هما الركام وعجينة الاسمنت. الركام يكون على نوعين خشن وناعم. أما عجينة الاسمنت فتتكون من الاسمنت والماء. فيما يلي خواص مكونات الخرسانة باختصار.

1.2.1 الاسمنت Cement

الاسمنت مادة لها خواص تلاصقية (adhesive) تمكنها من ربط الأجزاء المعدنية في كتلة صلبة. إن عملية التفاعل الكيماوي بين الماء والاسمنت والتي تعرف بعملية الاماهة (hydration) هي التي تسبب الخواص التلاصقية لعجينة الاسمنت الناتجة عن التفاعل.

يتكون الاسمنت من أربعة مركبات أساسية هي:

سليكات ثنائي الكالسيوم (C2S) وسليكات ثلاثي الكالسيوم (C3S) والومينات ثلاثي الكالسيوم (C3A) والومينات حديد رباعي الكالسيوم (C4AF).

المركبان C3S ، C2S مسؤولان عن مقاومة الاسمنت بصورة رئيسية ، المركب C3S يشارك بدرجة كبيرة في المقاومة المبكرة خلال الأسابيع الأربع الأولى، أما C2S فيشارك في اكتساب المقاومة بعد الأسابيع الأربع الأولى، بعد سنة يشارك المركبان بالتساوي في تطور المقاومة.

أما C3A ، C4AF فلهما تأثير اقل على المقاومة، علماً أن C3A يزيد المقاومة المبكرة واعتماداً على نسب المركبات الأساسية أعلاه يمكن إنتاج أنواع متعددة من الاسمنت البورتلاندي منها :

أ- الاسمنت البورتلاندي الاعتيادي	Ordinary Portland cement
ب- الاسمنت البورتلاندي سريع التصلب	Rapid hardening Portland cement
ج - الاسمنت البورتلاندي المنخفض الحرارة	Low heat Cement
د - الاسمنت البورتلاندي المقاوم للكبريتات	Sulphate resisting Portland Cement
هـ الاسمنت البورتلاندي المعدل	Modified Portland Cement

ولكل نوع من الأنواع أعلاه خواصه واستعمالاته ويمكن مراجعة ذلك في الكتب الخاصة بتقنية الخرسانة (Concrete Technology)

2.2.1 الركام Aggregates

يشغل الركام حوالي (75%) من الحجم الكلي للخرسانة لذا فان خواصه تؤثر على خواص الخرسانة ومتانتها .

يصنف الركام إلى خشن وناعم ، فالناعم هو الذي يمر من منخل رقم (4) ويقصد به المنخل الذي فيه أربعة فتحات لكل انج طول أما الخشن فهو الذي لا يمر عبر منخل رقم (4).

كثافة الخرسانة التي يستعمل فيها ركام طبيعي هي بحدود $(2300 Kg/m^3)$ وعند إضافة حديد التسليح تصبح كثافتها بحدود $(2400 Kg/m^3)$.

يستعمل ركام خفيف الوزن لأغراض العزل الحراري وتسمى الخرسانة عندئذ خفيفة الوزن (Light weight concrete). كما تستخدم خرسانة ذات كثافة عالية لمقاومة إشعاعات (γ) و (χ) في المفاعلات النووية ومنشآت أخرى حيث ينتج الركام من سحق خامات حديدية و صخور، تتراوح كثافة هذا النوع من الخرسانة بين $(3200 - 4000 Kg/m^3)$.

3.1 الخواص الميكانيكية للخرسانة

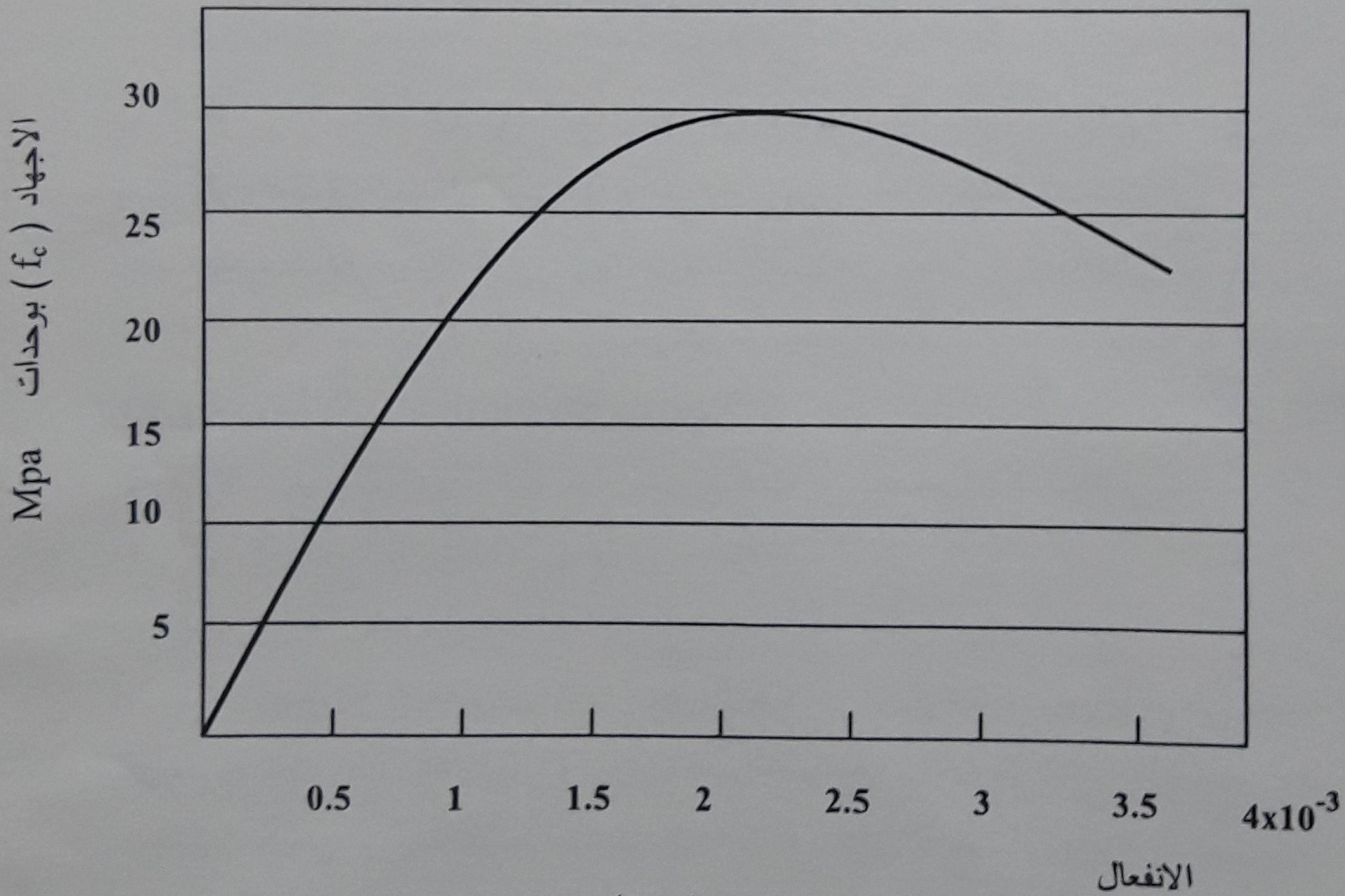
1.3.1 مقاومة الانضغاط Compressive Strength

تحدد مقاومة الانضغاط بفحص اسطوانات ذات إبعاد (300×150 mm) بسرعة معينة من التحميل بعمر (28) يوماً. وفي بعض البلدان تستخدم مكعبات ضلعها (150 mm) أو (200 mm). إن العلاقة بين المقاومة للحالتين هي أن مقاومة الخرسانة للاسطوانة (f'_c) تساوي (0.83) من مقاومة الخرسانة للمكعب (f_{cu}) بضلع (200mm) و (0.8) من مقاومة المكعب بضلع (150 mm) .

للاستعمالات العادية تستخدم خرسانة بمقاومة (20) إلى (28) نيوتن / ملم ^{2} (MPa) .

2.3.1 منحنى الإجهاد – الإنفعال Stress – Strain Curve

منحى الإجهاد – الانفعال تحت الضغط هو المهم لان الخرسانة تستخدم عادة لمقاومة الضغط . الشكل (1.1) يوضع منحى الإجهاد – الانفعال النموذجي للخرسانة ذات مقاومة f'_c (تساوي (30 Mpa) .



شكل (1-1)

منحنى الإجهاد- الانفعال النموذجي لخرسانة ذات مقاومة $f'_c = 30MPa$

منحى الإجهاد – الانفعال يكون مستقيم إلى ما يقارب ثلث إلى نصف المقاومة القصوى للخرسانة بعدها يصبح التناسب غير خطي. كما يلاحظ أن الخرسانة تصل إلى مقاومتها القصوى عند انفعال(0.002) تقريباً ويلاحظ أيضاً أن الانفعال عند الفشل يتراوح بين (0.003) إلى (0.004).

3.3.1 معامل المرونة Modulus of Elasticity

ويقصد به النسبة بين تغير الإجهاد إلى تغير الانفعال ويساوي ميل المماس لمنحنى الإجهاد – الانفعال ويختلف باختلاف مقاومة الخرسانة ويعتمد أيضاً على عمر الخرسانة و خواص الركام والاسمنت وسرعة التحميل وشكل وحجم النموذج وله عدة تعاريف:

أ- معامل التماس الأولى (Initial tangent modulus) : ويساوي ميل المماس للمنحني عند نقطة البداية .

ب – معامل القاطع (Secant modulus) : ويساوي ميل القاطع الواصل بين نقطة الأصل وإجهاد يتراوح بين (25%) إلى (50%) من مقاومة الانضغاط (f'_c).

ويعتمد معامل مرونة القاطع في معظم الأحيان ويرمز له (E_c) وحسب الكود فإن معامل المرونة :

$$E_c = w^{1.5}(0.043)\sqrt{f'_c} \quad \text{...(1.1)}$$

حيث f'_c = مقاومة انضغاط الخرسانة بعمر (28) يوم . w = كثافة الخرسانة .

وعند اعتماد كثافة خرسانة تساوي ($2300 kg/m^3$) فان معامل المرونة يكون بحدود :-

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} \quad \text{...(2.1)}$$

4.3.1 مقاومة الشد Tensile Strength

مقاومة الشد للخرسانة مهمة لأنها تؤثر بدرجة كبيرة على حجم التشققات التي تحصل في المنشآت وهي قليلة أذ تقارب (10-15%) من مقاومة الانضغاط.

يتم تحديد مقاومة الشد بطريقتين هما :-

أ- فحص اسطوانة الانفلاق (Split – Cylinder test) : وأحياناً تسمى تجربة الفحص البرازيلي (Brazilian test) ، وفي هذه الطريقة يتم قياس مقاومة الشد التي تسمى مقاومة الشد الانفلاقية بوضع اسطوانة قياسية (150×300mm) على جانبها في ماكنة الفحص ويسلط عليها حمل منتظم على طولها وباتجاه القطر ويتم إيجاد إجهاد الشد من قوانين نظرية المرونة وباستخدام المعادلة التالية:

$$f_{ct} = \frac{2p}{\pi L D} \quad \text{...(3.1)}$$

حيث :

P = حمل الانضغاط عند فشل النموذج.

L = طول الاسطوانة.

D = قطر الاسطوانة.

وقد وجد أن مقاومة الشد الانفلاقية (f_{ct}) تتناسب مع $\sqrt{f'_c}$ فهي تتراوح بين ($0.5\sqrt{f'_c}$) إلى ($0.67\sqrt{f'_c}$) للخرسانة العادية و ($0.33\sqrt{f'_c}$) إلى ($0.5\sqrt{f'_c}$)للخرسانة خفيفة الوزن(مصدر 4).

ب:- مقاومة الشد في الانحناء أو ما يعرف بمعامل الكسر (Modulus of Rupture): ويتم في هذا الفحص تحديد مقاومة الشد للخرسانة بفحص نموذج بإبعاد (150×150×750) والفضاء يكون (600 mm) يقسم إلى ثلاث أقسام بالتساوي حيث يتم استخدام نقطتي تحميل مركز وحسب قوانين ميكانيك المواد فان مقاومة انحناء الشد (معامل الكسر) تساوي :

$$f_r = \frac{pl}{bd^2} \quad \text{.......................(4.1)}$$

حيث :

P = الحمل الذي يسلطه الجهاز عند الفشل.

l = طول الفضاء (من المسند إلى المسند) .

b = عرض النموذج.

d = عمق النموذج.

ويعتبر معامل الكسر (f_r) مهماً لدراسة التشققات والانحراف في العتبات.

5.3.1 مقاومة القص Shear Strength

مقاومة القص للخرسانة كبيرة فهي بحدود 35% إلى 80% من مقاومة الانضغاط ويصعب فصلها عن الأنواع الأخرى من الاجهادات. ويتم تحديد مقاومة القص بقيم اقل من القيم أعلاه للحفاظ على الخرسانة من اجهادات الشد التي يسببها تداخل اجهادات الانحناء مع اجهادات القص والتي غالباً ما يشار إليها مجازاً باجهادات القص .

4.1 التغيرات في الحجم

1.4.1 الزحف Creep

ويعني استمرار حصول التشوه مع الزمن تحت تأثير أحمال ثابتة وهو يزداد بمعدل متناقص خلال فترة التحميل. ويتأثر بعده عوامل منها مكونات الخرسانة ونسب الخلط ونسبة الماء / الإسمنت

، وظروف المعالجة والرطوبة النسبية وفترة التحميل ومقدار الإجهاد المسلط ونسبة السطح / حجم الخرسانة .

2.4.1 الانكماش Shrinkage

وهو ظاهرة تقلص الخرسانة عند فقدانها الماء حين وجودها في هواء غير مشبع بالماء. يزداد الانكماش بزيادة نسبة المساحة السطحية / الحجم ولهذا يكون في النماذج الكبيرة اقل منه للنماذج الصغيرة.

في الخرسانة المسلحة فان الانكماش يسبب اجهادات انضغاط للحديد وشد للخرسانة وفي حالة زيادة الاجهادات عن مقاومة الشد تحدث تشققات فيها. وفي المنشآت غير المحددة استاتيكيا يمكن أن يسبب الانكماش اجهادات ضارة .

العوامل المؤثرة عليه هي نفس العوامل المؤثرة على الزحف وخصوصاً الرطوبة النسبية حيث يزداد الانكماش مع نقصان الرطوبة النسبية وزيادة سرعة الريح .

3.4.1 تغيرات درجة الحرارة Temperature Changes

تتمدد الخرسانة بزيادة درجة الحرارة وتتقلص بنقصانها. إن تأثير ذلك مشابه لتأثير الانكماش فالتقلص قد يؤدي إلى اجهادات شد ضارة خصوصاً في المنشآت غير المحددة استاتيكيا. يؤخذ معامل التمدد الطولي مساوي إلى ($1\times10^{-5} m/m/c^{o}$) .

5.1 حديد التسليح Reinforcing Steel

الحديد مادة عالية المقاومة مقارنة مع الخرسانة ، فمقاومة الانضغاط والشد هي حوالي عشر مرات بقدر مقاومة الانضغاط للخرسانة الإنشائية وحوالي مئة مرة بقدر مقاومة الشد لها. ويتم استخدام الحديد لمقاومة الشد بسبب ضعف الخرسانة في مقاومة الشد كما يستخدم لمقاومة اجهادات الشد الناتجة عن قوة القص في جذع (web) العتبات. و يستخدم لمقاومة قوة الانضغاط عند الرغبة في تقليص إبعاد المقطع للأعمدة أو عندما تكون الأعمدة تحت تأثير الانحناء بالإضافة إلى القوة المحورية. وحتى في حالة عدم وجود حاجة إلى تقليص إبعاد المقطع وبينت الحسابات النظرية عدم وجود انحناء (أي أن الخرسانة لوحدها تكفي لمقاومة الانضغاط) نضع كمية دنيا من الحديد في جميع أجزاء الانضغاط لمقاومة تأثير عزم الانحناء الذي قد يحدث بسبب أحمال غير محسوبة ويسبب تشقق أو حتى فشل الجزء غير المسلح .

معامل مرونة الحديد غير المسبق الجهد هو (29×10^{6} psi) ويقابل (200000 MPa) في الوحدات المترية .

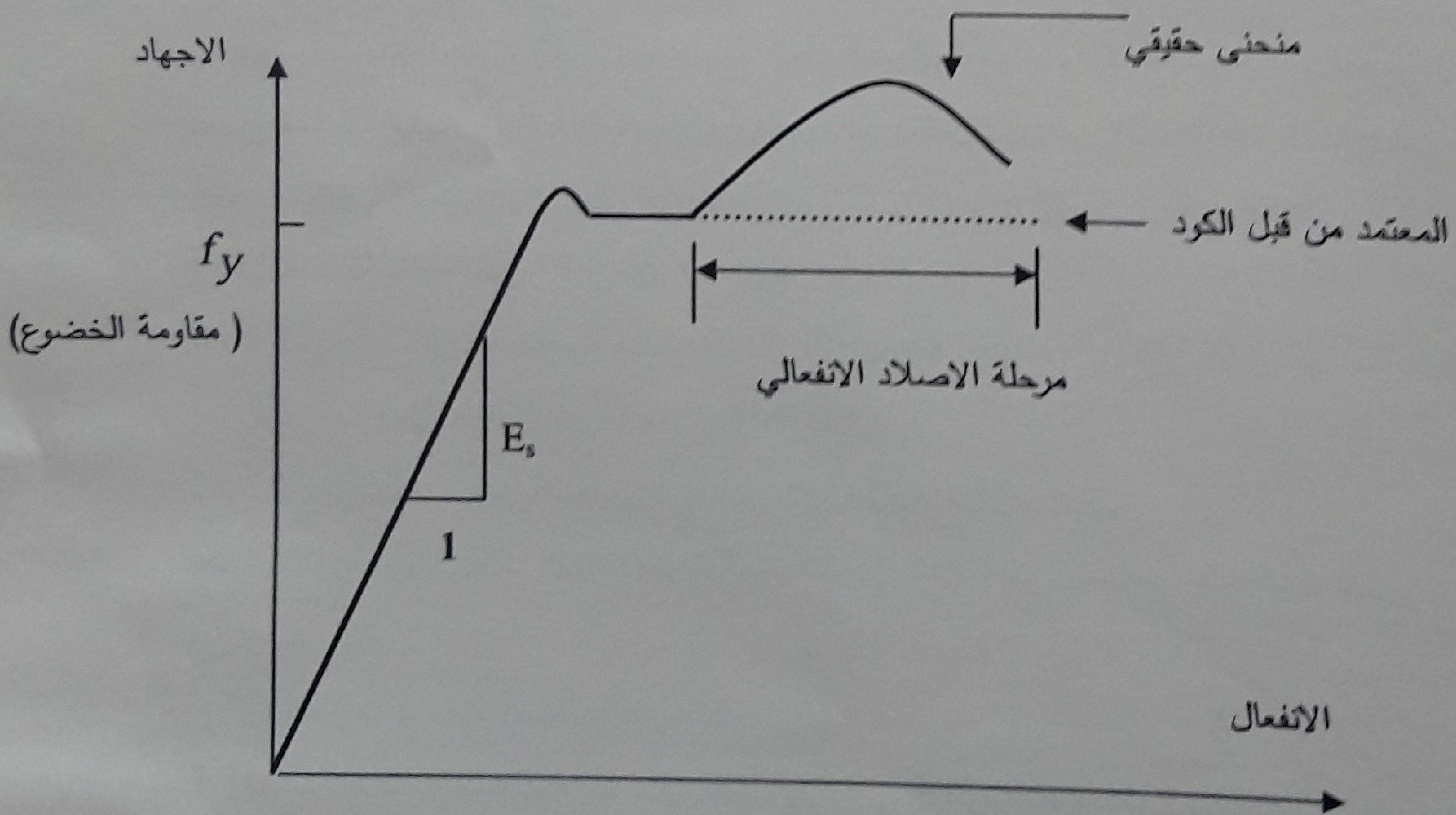
منحنيات الإجهاد – الانفعال Stress-Strain Curves

الخاصيتان المهمتان اللتان تميزان طبيعة التسليح هما نقطة الخضوع (Yield point) والتي تكون متطابقة في الشد والانضغاط ومعامل المرونة (E_s) الذي يكون متساوي لكل أنواع الحديد ويساوي (200000 MPa) .

بالنسبة للحديد قليل الكاربون يكون منحني الإجهاد – الانفعال مستقيماً في بداية التحميل ولحد نقطة معينة حيث يتحول المنحنى إلى مستقيم أفقي ، هذه النقطة تسمى نقطة الخضوع (Yield point). إجهاد الشد عندها يعرف مقاومة الخضوع (Yield strength) ويرمز له بالرمز (f_y) .

بعد هذه المرحلة يزداد الإجهاد بزيادة الانفعال ثانية ولكن بمعدل اقل وتسمى هذه العملية الاصلاد الانفعالي (Strain hardening). يكون المنحني مستوياً عندما يصل إلى المقاومة القصوى بعدها يبدأ بالنزول إلى أن يحدث الفشل والشكل(2.1) يوضح منحني الإجهاد الانفعال النموذجي للحديد.

وحسب الكود فان الزيادة في مقاومة الحديد لحالة الاصلاد الانفعالي لا تؤخذ بنظر الاعتبار . عليه فان علاقة الإجهاد – الانفعال للحديد حسب الكود تتكون من جزأين الأول من بداية التحميل



شكل (2.1) منحنى الإجهاد – الانفعال النموذجي لحديد التسليح.

حتى نقطة (f_y) حيث تكون على شكل مستقيم مائل بمقدار (E_s) . والثاني من النقطة (f_y) حتى الفشل وتكون على شكل مستقيم أفقي .

بالنسبة للحديد عالي المقاومة فان خط الخضوع له يكون قصير أو يدخل مباشرة في مرحلة الاصلاد الانفعالي بدون خط الخضوع وهنا يتم تحديد مقاومة الخضوع (f_y) وفقا للكود بالإجهاد الذي يقابل انفعال مقداره (0.0035).

يصنع حديد التسليح حالياً بمقاطع دائرية ذات أقطار تتراوح من (6mm) إلى (50mm) علماً أن القطر (40 mm) و(50mm) تستخدم للأعمدة فقط. والجدول رقم (1) في الملحق يبين المساحة والوزن لأقطار حديد التسليح بالنظام المتري. وفي الوحدات الإنكليزية فان رقم القطر يكون على شكل عدد صحيح كل واحد يمثل $(\frac{1}{8})$ أنج فمثلاً للقضيب رقم (4) فان القطر يساوي $(\frac{4}{8})$ والجدول رقم (2) في الملحق يوضح أقطار وأوزان قضبان التسليح بالنظام الإنكليزي .

6.1 تصميم الخلطة الخرسانية (Concrete Mix Design)

عند تصميم المنشأ الخرساني يقوم المصمم بتثبيت خواص الخرسانة وحديد التسليح على المخططات. ويلزم رب العمل أو من يمثله جهة التنفيذ بتحقيق تلك المتطلبات. ولتحقيق المتطلبات الخاصة بالخرسانة فان المنفذ (المقاول) يقوم بتصميم خلطة خرسانية وحسب المواصفات المعتمدة في التصميم وتقديمها إلى رب العمل أو من يمثله (المهندس المقيم) للمصادقة عليها واعتمادها. ويقصد بتصميم الخلطة الخرسانية تحديد أوزان مكوناتها(الماء والاسمنت والركام الخشن والناعم) للمتر المكعب منها. سيتم اعتماد طريقة معهد الخرسانة الأمريكي (ACI method) في تصميم الخلطة، كما أن خطوات الطريقة المدرجة أدناه تستثني الأنواع التالية من الخرسانة:

أولا: الخرسانة خفيفة الوزن (Light weight concrete).

ثانيا: الخرسانة عالية المقاومة (High Strength Concrete) أي التي تكون مقاومة انضغاطها أكثر من(56 MPa)وهو ما يعادل (8000 psi).

ثالثا: الخرسانة ذات الهواء المقصود (Air-entrained Concrete).

عندما تكون الخرسانة من أحد الأنواع المستثناة في أعلاه يتم تصميمها باستخدام الطرق المدرجة في مصدر رقم 5.

إن خطوات تصميم الخلطة الخرسانية هي:

1- تحديد المقاومة المطلوبة: لضمان الحصول على المقاومة المحددة(Specified Strength) يتم زيادتها بنسبة معينة للحصول على المقاومة المطلوبة(Require Strength) والتي يتم التصميم على أساسها. ويتم ذلك بطريقتين:

الطريقة الأولى: في حال وجود معلومات إحصائية عن نتائج مختبريه لخلطات مشابهة للخلطة المطلوبة يتم الاعتماد عليها في تحديد المقاومة المطلوبة وعندئذ يتم إيجاد المقاومة المطلوبة باعتماد القيمة الأكبر الناتجة عن المعادلتين أدناه (بوحدات MPa) كما يلي:

$$f'_{cr} = f'_c + 1.34\,s \qquad (5.1)$$

$$f'_{cr} = f'_c + 2.33s - 3.5 \qquad (6.1)$$

حيث:

f'_{cr} = المقاومة المطلوبة.

f'_c = المقاومة المحددة.

S = الانحراف المعياري (Standard Deviation).

الطريقة الثانية: في حال عدم توفر معلومات إحصائية عن نتائج مختبريه لخلطات سابقة مشابهة. يتم تحديد المقاومة المطلوبة بزيادتها بمقدار معين وكما في الجدول(1.1) علما أن جميع القيم في الجدول بوحدات MPa.

2- اذا لم يكن الهطول(Slump) محددا يتم تحديده وفقا لنوع لعنصر الإنشائي من جدول(2.1).

3- حدد المقاس الأقصى للركام الخشن على أن لا يزيد عما يلي:

أ- خمس (1/5) البعد الأقل بين القوالب.

ب- ثلث (1/3) سمك البلاطة (Slab).

ج- ثلاثة أرباع (3/4) المسافة الصافية بين قضبان التسليح.

4- احسب محتوى الماء ومحتوى الهواء داخل الخلطة للمتر مكعب من الخرسانة من جدول(3.1)

جدول 1.1 مقدار الزيادة المطلوبة في المقاومة(بوحدات MPa).

المقاومة المحددة(بوحدات MPa)	مقدار الزيادة المطلوبة(بوحدات MPa)
$f'_c < 21$	7
$21 \le f'_c \le 35$	8.5
$f'_c > 35$	10.0

جدول 2.1 مقدار الهطول المطلوب لأنواع مختلفة من العناصر الإنشائية

نوع العنصر الانشائي	مقدار الهطول المطلوب بوحدات (mm)
الاسس المسلحة	80-20
الاسس غير المسلحة	80-20
العتبات والجدران المسلحة	100-20
الاعمدة	100-20
البلاطات والتبليط	80-20
كتل الخرسانة	50-20

جدول 3.1 كمية الماء التقريبية المطلوبة ومحتوى الهواء لأنواع مختلفة من درجات تشغيل ومقاسات قصوى مختلفة للركام الخشن.

الهطول (mm)	محتوى الماء بوحدات (Kg/m^3) لمقاسات مختلفة من الركام الخشن							
	10 mm	12.5 mm	20 mm	25 mm	40 mm	50 mm	70 mm	150 mm
50-30	205	200	185	180	160	155	145	125
100-80	225	215	200	195	175	170	160	140
180-150	240	230	210	205	185	180	170	---
النسبة المئوية لمحتوى الهواء	3	2.5	2	1.5	1	0.5	0.3	0.2

5- حدد نسبة الماء/ الاسمنت (w/c) من جدول (4.1).

6- احسب محتوى الاسمنت(Cement content) للمتر المكعب من الخرسانة من حاصل ضرب نسبة الاسمنت/الماء(وتساوي مقلوب نسبة الماء/الاسمنت) في محتوى الماء. أي من المعادلة:

Cement Content= (c/w) ratio x water content ---------------------- (7.1)

7- حدد حجم الركام الخشن للمتر المكعب من الخرسانة من جدول(5.1) . ثم احسب محتوى الركام الخشن بضرب حجم الركام الخشن في كثافته.

جدول 4.1 العلاقة بين نسبة الماء/الاسمنت (w/c ratio) ومقاومة انضغاط الخرسانة(f'_c)

مقاومة انضغاط الخرسانة(f'_c) بعمر 28 يوم بوحدات (MPa)	نسبة الماء/الاسمنت (w/c ratio)
45	0.38
40	0.43
35	0.48
30	0.55
25	0.62
20	0.70
15	0.80

جدول 5.1 حجم الركام الخشن لكل متر مكعب من الخرسانة الطرية

المقاس الاقصى للركام الخشن بوحدات(mm)	حجم الركام الخشن لكل متر مكعب من الخرسانة الطرية لمعاملات نعومة رمل مختلفة.			
	2.4	2.6	2.8	3.00
10	0.5	0.48	0.46	0.44
12.5	0.59	0.57	0.55	0.53
20	0.66	0.64	0.62	0.60
25	0.71	0.69	0.67	0.65
40	0.75	0.73	0.71	0.69
50	0.78	0.76	0.74	0.72
70	0.82	0.8	0.78	0.76
150	0.87	0.85	0.83	0.81

8- حدد محتوى الركام الناعم للمتر المكعب من الخرسانة: ويمكن أن يتم ذلك بطريقتين:

الطريقة الاولى(الوزنية): وتتم بطرح محتوى الماء والاسمنت والركام الناعم من كثافة الخرسانة الطرية والتي يمكن تخمينها من الجدول(6.1). أي أن:

$$A_f = \gamma_c - A_c - C - W \quad \text{------------------} \quad (8.1)$$

جدول 6.1 كثافة الخرسانة الطرية التخمينية

المقاس الاقصى للركام الخشن بوحدات(mm)	الكثافة بوحدات (kg/m^3)
10	2285
12.5	2315
20	2355
25	2375
40	2420
50	2445
70	2465
150	2505

حيث :

A_f: محتوى الركام الناعم لمتر مكعب من الخرسانة بوحدات (kg/m^3).

γ_c : كثافة الخرسانة الطرية بوحدات(kg/m^3).

A_c: محتوى الركام الخشن لمتر مكعب من الخرسانة بوحدات (kg/m^3).

C : محتوى الاسمنت لمتر مكعب من الخرسانة بوحدات (kg/m^3).

W: محتوى الماء لمتر مكعب من الخرسانة بوحدات (kg/m^3).

الطريقة الثانية(الحجمية): وتتم بطرح حجم الماء والاسمنت والركام الناعم والهواء من حجم الخرسانة والذي يساوي مترا مكعبا واحدا حيث أن:

$$\frac{W}{Sw\times1000}+\frac{C}{Sc\times1000}+\frac{Ac}{Sca\times1000}+\frac{A_f}{Sfa\times1000}+A=1.0 \quad --------(9.1)$$

حيث أن:

W، C، A_f، A_c قد تم تعريفها سابقا.

أما:

Sfa، Sca، Sc،Sw فهي الكثافة النوعية للماء، الاسمنت، الركام الخشن والركام الناعم على التوالي.

A = محتوى الهواء للمتر المكعب من الخرسانة ويتم تحديده من جدول(2.1) .

المعادلة أعلاه يمكن تبسيطها كما يلي(الكثافة النوعية للماء=1):

$$A_f = S_f\left[1000-\left(W+\frac{C}{Sc}+\frac{Ac}{Sca}+10\,A\right)\right]----------(10.1)$$

9- عدل أوزان مكونات الخلطة حسب محتوى الرطوبة(Moisture Content) للركام الناعم والخشن أخذا بنظر الاعتبار أن الطريقة الأمريكية تفترض أن الركام الناعم والخشن مشبع السطح جاف((Saturated Surface Dry(SSD))، عليه فان نسبة الماء الطليق هي التي تعتمد في التعديل وهي تساوي نسبة الرطوبة مطروحا منها نسبة امتصاص الركام.

10- يتم عمل خلطة تجريبية حسب النتائج أعلاه وتعديل مكوناتها لتحقق درجة التشغيل والمقاومة المطلوبة.

مثال 1.1

صمم خلطة خرسانية لصب عتبات(Beams) لبناية خرسانية مسلحة، إذا كانت المقاومة المحددة (f'_c) تساوي (25MPa) عند عمر 28 يوم. المقاس الأقصى للركام الخشن المتوفر في الموقع يساوي 20mm وهو يفي بمتطلبات الكود الثلاث الموضحة سابقا. معامل نعومة الرمل 2.6 والكثافة النوعية لنوعي الركام(الخشن والناعم) تساوي 2.65 وكثافة الركام الخشن تساوي $1600\ kg/m^3$.
بينت التجارب على الركام أن الامتصاص و محتوى الرطوبة قليلان بحيث يمكن إهمالهما.

الحل:

1- نظرا لعدم وجود معلومات عن خلطات تجريبية سابقة فان المقاومة المطلوبة يمكن تحديدها باستخدام الجدول(1.1). وكما يلي:

$$f'_{cr} = f'_c + 8.5 = 33.5\,MPa$$

2- مقدار الهطول يتم تحديده من الجدول(2.1) وهو محصور بين 20mm و 100mm هنا سنعتمد المقدار 50mm على أن يتم تعديله وبالتالي تعديل الخلطة حسب قابلية التشغيل.

3- من جدول(3.1) فان محتوى الماء يساوي $185 kg/m^3$. ومحتوى الهواء= 2%

4- من جدول(4.1) وعمل استكمال خطي فان نسبة الماء إلى الاسمنت w/c=0.5.

5- عليه يكون محتوى الاسمنت(معادلة 5.1) مساويا إلى: $C= 2x185=370\ kg/m^3$

6- من جدول(5.1) فان حجم الركام الخشن للمتر المكعب من الخرسانة= $0.64m^3$، عليه فان محتوى الركام الخشن يساوي: $A_c= 0.64x1600=1024\ kg/m^3$

7- حساب محتوى الركام الناعم:

أولا: الطريقة الوزنية: من الجدول(6.1) فان كثافة الخرسانة الطرية تساوي $2355\ kg/m^3$ عليه يكون محتوى الركام الناعم(معادلة 6.1) مساويا إلى:

$A_f = 2355 - 185 - 370 - 1024 = 776\ kg/m^3$

ثانيا: الطريقة الحجمية: حيث يتم حساب المحتوى من المعادلة(8.1) وكما يلي:

$$A_f = S_f[1000 - (W + \frac{C}{Sc} + \frac{Ac}{Sca} + 10A)\ ]$$

$$A_f = 2.65[1000 - (185 + \frac{370}{3.15} + \frac{1024}{2.65} + 20)\ ] = 772\ kg/m^3$$

8- عليه تكون كثافة الخرسانة حسب الطريقة الثانية مساوية الى:

$\gamma_c = 185 + 370 + 1024 + 772 = 2351\ kg/m^3$

لاحظ التقارب الكبير بين نتيجة الطريقتين فيما يتعلق بمحتوى الركام الناعم. علما أن الطريقة الثانية هي الأدق (مصدر 5) ونتائجها هي التي ستعتمد للخلطة التجريبية.

ملخص أوزان مكونات الخرسانة لوحدة الحجم (m^3)

وزن الاسمنت	= 370 kg
وزن الماء	= 185 kg
وزن الركام الخشن	= 1024 kg
وزن الركام الناعم	= 772 kg
المجموع	= 2351 kg

9- لتحضير خلطة تجريبية كافية لثلاث نماذج (اسطوانات بقطر 15cm وارتفاع 30cm) ومخروط لقياس الهطول فإننا نحتاج بصورة تقريبية إلى $0.05 m^3$ ويفضل زيادتها إلى $0.055\ m^3$، عليه تكون الاوزان المطلوبة للخلطة التجريبية كما يلي:

الماء= 185 x 0.055 = 10.175 kg

الاسمنت= 370 x 0.055 = 20.35 kg

الركام الناعم= 772 x 0.055 = 42.5 kg

الركام الخشن= 1024 x 0.055 = 56.32 kg

وبعد إكمال الخلطة يتم قياس الهطول وتعديل كمية الماء للحصول على قابلية التشغيل المطلوبة وتعديل باقي الكميات تبعا لذلك وفحص مقاومة انضغاط الخرسانة للتأكد من أن الخلطة تفي بالمتطلبات المحددة من قبل المصمم.

مثال 2.1

نفس المثال السابق لكن التجارب المختبرية بينت أن نسبة الامتصاص والرطوبة النسبية للركام الناعم هي 0.5% و 2% على التوالي، وأن نسبة الامتصاص والرطوبة النسبية للركام الخشن هي 0.7% و 6% على التوالي.

الحل:

يتم الحل بنفس الطريقة السابقة والنتائج هي نفسها والفرق الوحيد هو تعديل كميات الركام والماء بسبب الرطوبة، ولان الطريقة الأمريكية تفترض أن الركام الناعم والخشن مشبع السطح جاف((Saturated Surface Dry(SSD)، عليه فان الماء الطليق الناتج عن الرطوبة هو الذي يعتمد. وبذا فأن كمية الماء الطليق هي:

كمية الماء الطليق داخل الركام الناعم = 11.6 kg = 772x(2-0.5)%

كمية الماء الطليق داخل الركام الخشن = 54.3 kg = 1024x(6-0.7)%

عليه فان وزن الركام الناعم الرطب = 783.6 kg =11.6 + 772

عليه فان وزن الركام الخشن الرطب = 1078.3 kg =54.3+ 1024

وزن الماء = 119.1 kg = 54.3 – 11.6 −185

ملخص أوزان مكونات الخرسانة لوحدة الحجم (m^3)

وزن الاسمنت	370 kg =
وزن الماء	119.1 kg =
وزن الركام الخشن الرطب	1078.3 kg =
وزن الركام الناعم الرطب	783.6 kg =
المجموع	2351 kg =

الفصل الثاني

طرق التحليل والتصميم Analysis and Design Methods

1.2 مقدمة:- تتضمن الهندسة الإنشائية فرعين أساسيين هما تحليل المنشأ وتصميم المنشأ. التحليل يعني إيجاد القوى لنهايات الأعضاء وإزاحات المفاصل ورسم مخطط القص وعزم الانحناء للأعضاء لإيجاد القوى العظمى والتصميم على أساسها .

أما التصميم فيعني تحديد إبعاد المقطع وكميات وتفاصيل حديد التسليح للمقاطع الخرسانية. أن عمليتي التحليل والتصميم لا يمكن فصلهما ذلك لان التحليل يحتاج إلى معرفة عزم القصور الذاتي(Moment of Inertia) والمساحة للمقاطع(Area)، أي معرفة أبعاد المقطع وهذا يعني إننا لا يمكن أن نحلل المنشأ بدون تصميمه. أما التصميم فيتطلب معرفة القوى المؤثرة على الأعضاء . وهذا يعني إننا لا يمكن أن نصمم المنشأ بدون تحليله.

مما تبين في أعلاه فان عملية التحليل – التصميم تمثل حلقة مغلقة لأجل الابتداء بها لابد من إجراء تصميم أولي وذلك أما بتقدير إبعاد المقطع أو بفرض قيم نسبية لكل من مساحة المقطع وعزم القصور الذاتي. عند أكمال التصميم الأولي يحلل المنشأ للحصول على القوى والإزاحات. وقد تستمر عملية التحليل – التصميم عدة مرات إلى أن نحصل على التصميم الجيد الذي يفي بالمتطلبات الأساسية وهي أن الاجهادات يجب أن تكون اقل من الاجهادات القصوى والإزاحات يجب أن تكون اقل من الإزاحات القصوى أما كلفة المنشأ فيجب أن تكون اقل ما يمكن .
وقبل عملية التحليل لابد من تقدير الأحمال على المنشأ وهو ما سنوضحه في الفقرة التالية .

2.2 الأحمال Loads

إن تقدير الأحمال على المنشأ يعتبر من واجبات المهندس الأساسية . هناك عدة أنواع من الأحمال يمكن أن يتعرض لها المنشأ منها :

1.2.2 الأحمال الميتة Dead Loads :- وهي تمثل وزن المنشأ وجميع الأحمال الإضافية التي تبقى مسلطة طيلة عمر المنشأ كالانهاءات وأوزان طبقات التسطيح ويتم حسابها من قبل المهندس وذلك بضرب الحجم في كثافة المادة. والجدول (1.2) يعطي قيم لكثافة بعض المواد المستعملة في المنشآت .

جدول 1.2 الكثافة التقريبية لبعض المواد المستعملة في المنشآت

المادة	الكثافة kN/m^3
1. طابوق البناء	20
2. الاسمنت	14
3. الجبس	12
4. خرسانة غير مسلحة	23
5. خرسانة مسلحة	24
6. تراب جاف	16
7. بلوك مجوف	14
8. رمل	17
9. حديد	78
10. ثرمستون	9
11. مانع رطوبة (قير)	14
12. مونه الاسمنت	20
13. بياض الجص	20

2.2.2 الأحمال الحية Live Loads : وهي تمثل كل حمل يتحرك أو يمكن تحريكه مثل أوزان البشر أو الأثاث وغير ذلك. وتحدد حسب الكود المستخدم وبوحدات الوزن لكل متر مربع والجدول (2.2) يمثل الأحمال الحية لأنواع مختلفة من المنشآت .

3.2.2 أحمال الريح Wind load : ويتم حسابها بوحدات قوة لكل متر مربع من واجهة المبنى، المعادلة الأساسية لحسابها:

$$q = KV^2 \quad \text{.......................................} (1.2)$$

هناك عدة تعديلات على هذه المعادلة، يراجع بشأنها المصدر رقم 7، تعريف رموز المعادلة:

q = ضغط الريح بوحدات (kN/m^2)

K = ثابت 0.0000473

V = سرعة الريح بوحدات Km/hr

وهناك أنواع أخرى من الأحمال حسب نوع المنشأ منها الهزات الأرضية، ضغط التربة، وضغط السوائل و الأحمال الحرارية وغير ذلك .

جدول 2.2 الأحمال الحية لأنواع مختلفة من المنشآت

نوع المنشأ	الحمل (KN/m^2)
1-الدور السكنية	
أ - الطابق الأول	2
ب - طابق ثاني	1.5
2-السلالم - الممرات	
أ- أبنية خاصة	3
ب- أبنية عامة	5
3-القاعات والصالات	
أ- ذات المقاعد الثابتة	3
ب- ذات المقاعد المتحركة	5
4-الدكاكين ومحلات البيع	5
5-مستودعات التخزين والبضائع	6
6- المدارس	
أ- غرف الصفوف	2
ب- الممرات	4
7- الفنادق	
أ- غرف خاصة وممراتها	2
ب- غرف عامة وممراتها	5
8- المستشفيات	
أ- غرف العمليات	3
ب- الغرف الخاصة	2
ج - الأجنحة	2

تابع جدول (2.2)

نوع المنشأ	الحمل (KN/m^2)
9-العمارات السكنية	
أ- شقق خاصة	2
ب-الغرف العامة	5
جـ - الممرات	3
10- بنايات الدوائر الحكومية	
أ- غرف الاضابير والملفات	5
ب- المكاتب	2.5

3.2 طرق التحليل Analysis Methods

هناك نوعان من المنشآت ، منشآت محددة يتم تحليلها باستخدام معادلات التوازن فقط ومنشآت غير محددة تحتاج إلى معادلات توافق الازاحات بالإضافة إلى معادلات التوازن لأجل تحليلها.

معظم المنشآت تكون غير محددة وتوجد عدة طرق لتحليلها لكل منها مزاياه الخاصة هذه الطرق :

1.3.2 الطرق التقليدية Classical Methods :- مثل طريقة التشوهات المتناسقة (Consistent deformation method) وطريقة الميل - الانحراف (Slope deflection Method) وطريقة الشغل الاقل(Least work method) وكلها تؤدي الى نتائج دقيقة.

وهناك طرق تقريبية مثل طريقة توزيع العزوم (Moment distribution method) وقد كانت قبل عصر الحاسبات من الطرق المهمة جداً لأنها لاتحتاج إلى حل معادلات آنية حيث تحتاج الطرق الدقيقة أعلاه إلى حل عدد كبير من المعادلات الآنية.

وهناك طرق خاصة بالأحمال الجانبية (أحمال الريح) منها الطريقة البابية (Portal Method) والطريقة الحيدية (Cantilever Method) .

2.3.2 الطرق الحديثة Advanced Methods : في هذه الطرق يتم تحليل المنشأ باستخدام المصفوفات وتوجد طريقتان هما طريقة القوة (المرونة)(Force or Flexibility (Method) وطريقة الإزاحة (الصلابة) (Displacement or stiffness method)

لقد تطورت الطريقتان في عصر الحاسبات الالكترونية ذلك لأنهما تؤديان إلى عدد من المعادلات الآنية عادة مايكون كبيراً لايمكن حلها إلا باستخدام الحاسبات .

وقد تم باستخدام طريقة الإزاحة تطوير عدد من البرامج الممتازة في تحليل المنشآت على اختلاف أنواعها منها برنامج (SAP) يعني برنامج التحليل الإنشائي(Structural Analysis Program)، وبرنامج (ETABS) ويعني برنامج تحليل أنظمة البنايات (Extended 3D Analysis of Building Systems) وبرنامج (SAFE) ويعني تحليل البلاطات باستخدام طريقة العناصر المحددة (Slab Analysis by Finite Element). والبرامج الثلاث تنتج من قبل شركة (CSi) وهي مختصر (Computer and Structures Inc.). وكذلك برنامج التحليل والتصميم الإنشائي (STAAD.Pro) ويعني (Structural Analysis And Design) وغيرها من البرامج التي تعتبر أدوات مهمة للتحليل والتصميم لكنها لا تغني أبداً عن خبرة المهندس لان استخدامها بدون خبرة قد يكون ضاراً بدلاً من أن يكون نافعاً .

4.2 طرق التصميم Design Methods

هناك طريقتان لتصميم المنشآت الخرسانية المسلحة هما :

1.4.2 طريقة اجهادات التشغيل Working Stress Method

هذه الطريقة تعتمد فرضية السلوك الخطي المرن في تحليل المنشآت وفرضية التناسب الخطي بين الانفعالات والاجهادات. لذلك تحدد اجهادات الخرسانة(f_c) بالقيمة ($f_c = 0.45\ f_c'$) أي (45%) من المقاومة القصوى للخرسانة. أما اجهادات الحديد فهي تحدد بالقيمة($f_s = 140 MPa$)للحديد نوع ($f_y = 300 MPa$) والحديد نوع ($f_y = 350 MPa$) و ($f_s = 170 MPa$) للحديد نوع ($f_y = 420 MPa$) أي اقل أو تساوي نصف مقاومة الخضوع .

أن الاجهادات أعلاه تسمى الاجهادات المسموح بها أو اجهادات التشغيل (Working stresses) وسبب تسميتها بالاسم الأخير لان المنشأ يصمم تحت تأثير أحمال التشغيل (أي الأحمال التي تسلط فعلاً على المنشأ) .

في هذه الطريقة تكون معاملات الأمان هي النسبة بين الاجهادات القصوى والاجهادات المسموح بها وهي ($\frac{1}{0.45}$)للخرسانة أي (2.22) وتساوي أو اكبر من (2) للحديد .أما بالنسبة للأحمال فهي الأحمال الحقيقية المسلطة على المنشأ .

لقد قل استخدام هذه الطريقة في الوقت الحاضر. إلا أن تفهمها ضروري لفهم تدقيق صلاحية استخدام المنشأ (السيطرة على الانحرافات والتشققات). لان صلاحية الاستخدام تدقق دائماً تحت تأثير أحمال التشغيل (تسمى الأحمال الخدمية أيضاً).

2.4.2 طريقة المقاومة Strength Method

في هذه الطريقة يتم تحليل المنشأ على افتراض السلوك الخطي المرن للمنشأ أي بنفس طريقة التحليل في حالة استخدام طريقة اجهادات التشغيل .

أما تصميم المقاطع وتحليلها فيتم تحت تأثير الأحمال القصوى حيث تؤخذ معاملات الأمان هنا على الأحمال إذ يتم ضرب الأحمال الخدمية بمعاملات الأمان (اكبر من واحد) للحصول على الأحمال القصوى التي يصمم المقطع لتحملها. أما بالنسبة للاجهادات فتستخدم الاجهادات القصوى للحديد والخرسانة. حساب المقاومة القصوى يعتمد على التوزيع الحقيقي للاجهادات عند الفشل والذي تكون علاقته مع الانفعالات لا خطية. وقد أصبحت هذه الطريقة هي الشائعة الآن بدلاً من طريقة اجهادات التشغيل.

5.2 معاملات الأمان Safety Factors :

معاملات الأمان يمكن أن تعرف بطريقتين :

أ- معامل الأمان = الاجهاد الاقصى / الاجهاد المسموح به

ب- معامل الامان = الحمل الاقصى / الحمل الخدمي

عند التصميم بطريقة إجهادات التشغيل يتم اعتماد التعريف الأول حيث تعتمد الأحمال الحقيقية المسلطة على المنشأ (الخدمية) وتقسم الاجهادات القصوى على معامل أمان يكون أكبر أو يساوي (2) للحصول على الاجهادات الخدمية (المسموح بها).

أما عند استخدام طريقة المقاومة فيتم اعتماد التعريف الثاني ذلك لأننا نعتمد الاجهادات القصوى لمادتي الحديد والخرسانة وهنا يتم ضرب الأحمال التي يتعرض لها المنشأ بمعاملات الأمان للحصول على الأحمال القصوى التي يصمم المقطع على أساسها.

يتم اعتماد معاملات الأمان بسبب عدم التأكد الناتج عما يلي :

1- الأحمال الحقيقية قد تختلف عن تلك المعتمدة في التصميم .

2- قد توزع الأحمال بطريقة مغايرة لما اعتمد في التصميم.

3- الافتراضات والتبسيطات المعتمدة في التحليل النظري قد تؤدي إلى أن القوى الداخلية والعزوم تكون مختلفة عن تلك المحسوبة بالتحليل .

4- قد يكون التصرف الحقيقي للمنشأ مختلفا عن المفترض بسبب قلة المعرفة الحالية.

5- قد تختلف أبعاد المقطع عن المحددة بالتصميم.

6- قد لا تكون قضبان التسليح في مكانها المحدد بالتصميم.

7- المقاومة الحقيقية للمواد الداخلة في المنشأ قد تختلف عن المحددة من قبل المصمم.

هناك نوعان من المعاملات المعتمدة من قبل الكود هما: معاملات أمان الاحمال ومعاملات خفض المقاومة. في الفقرة التالية سنبحث النوع الاول أما الثاني فسيتم بحثه في الفصل الرابع.

معاملات أمان الاحمال Load Factors

هناك عدد كبير من الأحمال التي قد يتعرض لها المنشأ لكل منها معامل أمان معين لكن المهم من هذه الأحمال ثلاثة أنواع هي الأحمال الميتة والحية والاحمال الجانبية(أحمال الريح والهزات الارضية) وقد تم تعريف هذه الأنواع سابقا. وتختلف معاملات أمان الأحمال حسب مجموعة الأحمال التي يمكن أن تسلط على المنشأ. أن مجاميع الاحمال التي يحتمل أن تسلط على المنشأ تسمى تراكيب الاحمال(Load Combinations) وهي كما يلي:

إن المقاومة(U) التي يجب توفيرها لمقاومة الحمل الميت أن تساوي على الأقل:

عند اخذ الحمل الميت(D)، أحمال الريح (W)، الثلج (S)، المطر (R)، الأحمال الحية(L)، الأحمال الحية على السطح (L_r)، وأحمال الهزات الارضية(E) بنظر الاعتبار فان الكود(فقرة ACI 5.3) يعتمد حالات التجميع التالية :-

$$U = 1.4D \quad \text{.....} (1.2)$$

$$U = 1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \ or \ S \ or \ R) \quad \text{.....} (2.2)$$

$$U = 1.2D + 1.6(L_r \ or \ S \ or \ R) + (1.0L \ or \ 0.5W) \quad \text{.....} (3.2)$$

$$U = 1.2D + 1.0W + 1.0L + 0.5(L_r \ or \ S \ or \ R) \quad \text{.....} (4.2)$$

$$U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S \quad \text{.....} (5.2)$$

$$U = 0.9D + 1.0W \quad \text{.....} (6.2)$$

$$U = 0.9D + 1.0E \quad \text{.....} (7.2)$$

من الملاحظات المهمة الخاصة بالمعاملات أعلاه ما يلي:

1- تم فصل الحمل الحي للسطح عن الأحمال الحية لباقي الطوابق لأنه ليست هناك أية احتمالية لوجود ذلك الحمل أثناء تساقط الأمطار أو الثلوج.

2- زيادة معامل الأمان للحمل الحي عن الميت يعود إلى أن المصمم يمكنه تقدير قيم الأحمال الميتة بصورة أفضل بكثير من الأحمال الحية.

3- عند أخذ احتمال وجود قوى شد على الأعضاء بسبب الريح أو الهزات الأرضية فان القوى العمودية تقل إلى أقل حد ممكن. عندئذ يمكن اعتبار الحمل الحي صفرا وتقليل الحمل الميت بنسبة 10%. راجع المعادلات(6.2) و (7.2) أعلاه.

4- عند إهمال أحمال الثلوج (معظم البلدان العربية تساقط الثلج فيها قليل نسبيا) ووجود تصريف جيد للأمطار بحيث يمكن إهمال أحمال الأمطار والثلوج، فلا داعي عندئذ لفصل الحمل الحي للسطح عن الحمل الحي لباقي الطوابق، عليه فان المعادلات أعلاه تصبح كما يلي:

$U = 1.4D$..........(1.2)

$U = 1.2D + 1.6L$..........(2.2)

$U = 1.2D + 1.0\,L + 1.0\,W$..........(4.2)

$U = 1.2D + 1.0\,L + 1.0\,E$..........(5.2)

$U = 0.9D + 1.0\,W$..........(6.2)

$U = 0.9D + 1.0E$..........(7.2)

5- في بعض البلدان أو المناطق التي يكون فيها احتمال حدوث هزة أرضية ضعيف بحيث يمكن إهمال الأحمال الناتجة عنها. كذلك في حال فان المعادلات أعلاه تصبح كما يلي:

$U = 1.4D$..........(1.2)

$U = 1.2D + 1.6L$..........(2.2)

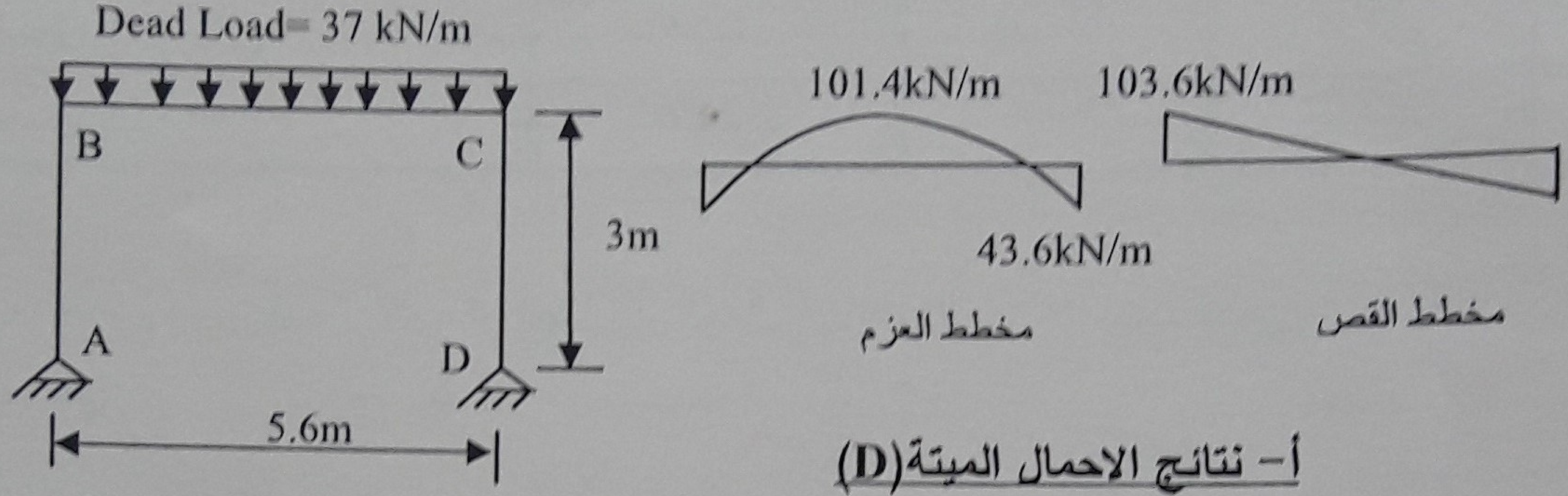
$U = 1.2D + 1.0\,L + 1.0W$..........(4.2)

$U = 0.9D + 1.0W$..........(6.2)

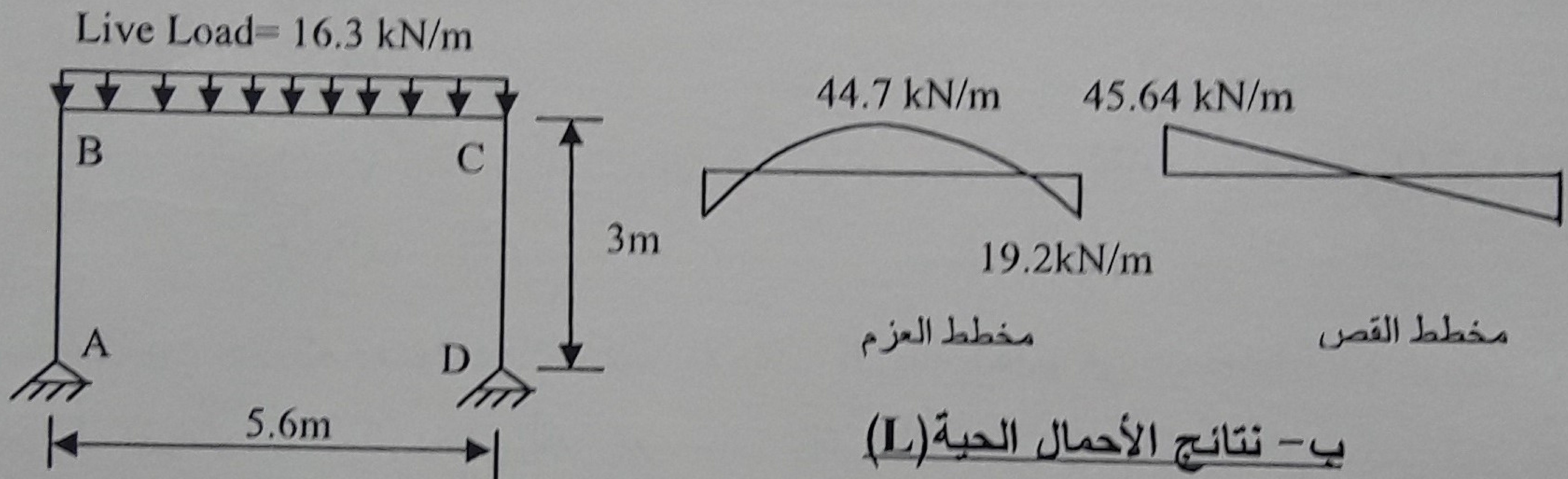
6- أحمال الريح والهزات الأرضية ذات اتجاهين ويجب أن تؤخذ الإشارات الموجبة والسالبة بنظر الاعتبار عند تحديد تراكيب الأحمال.

مثال 1.2

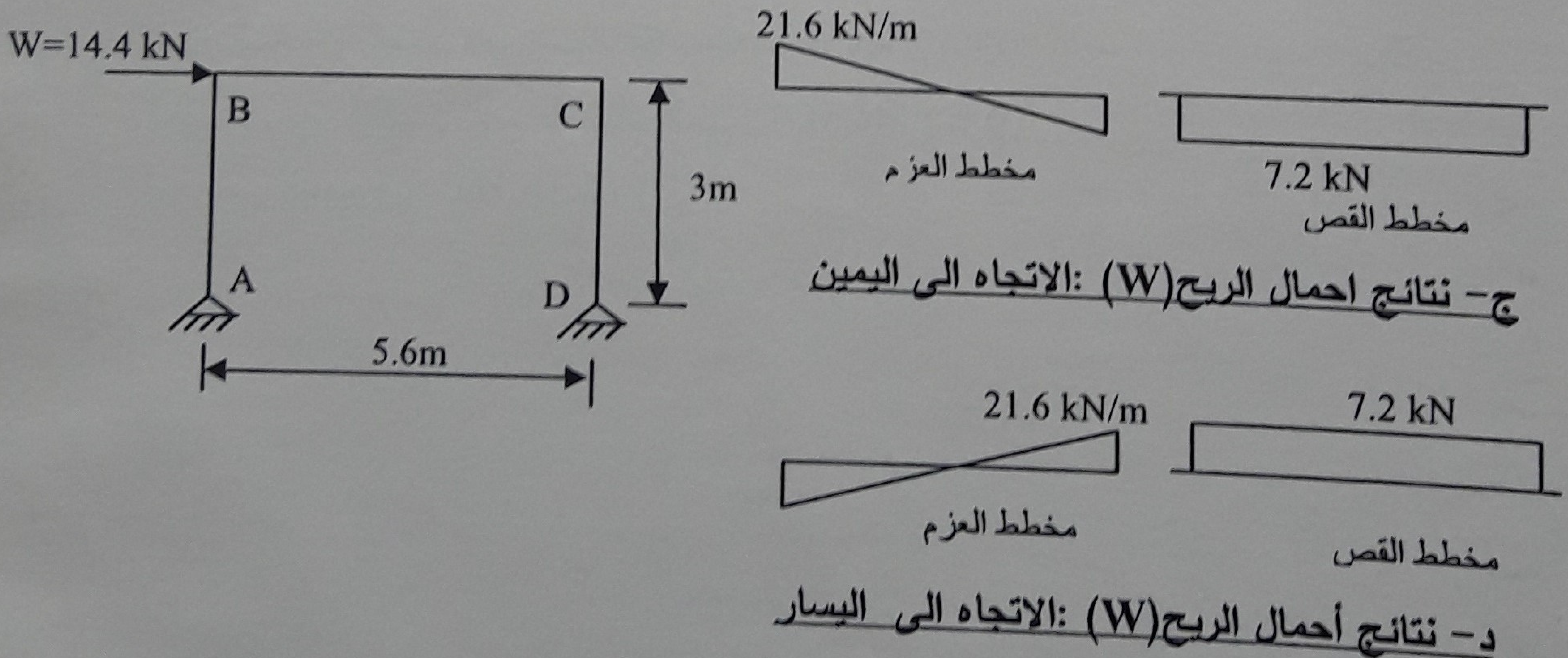
الهيكل الخرساني المسلح الموضح في الشكل(1.2) تسلط عليه أحمال حية وميتة وحمل ريح كما موضح في الشكل. العزوم وقوى القص على العتبة BC والموضحة على الشكل تم تلخيصها في الجدول(3.2). جد تراكيب الأحمال التي يمكن تسليطها على العتبة. وحدد القيم الحرجة للعزوم والقص التي تستخدم لتصميم العتبة.



أ- نتائج الاحمال الميتة(D)



ب- نتائج الأحمال الحية(L)



ج- نتائج احمال الريح(W) :الاتجاه الى اليمين

د- نتائج أحمال الريح(W) :الاتجاه الى اليسار

شكل(1.2) نتائج القص والعزم للعتبة BC لحالات التحميل الثلاث

جدول 3.2 نتائج العزوم والقص للعتبة BC

حالة التحميل	العزوم(kN.m)		القص(kN)
	العزم السالب	العزم الموجب	
الحمل الميت (D)	-43.6	101.4	103.6
الحمل الحي (L)	-19.2	44.70	45.6
أحمال الريح(W)	±21.6	------	±7.2

الحل:

بسبب عدم وجود أحمال ثلوج أو أمطار أو أحمال الهزات الأرضية، عندئذ تكون تراكيب الأحمال كما يلي:

$U = 1.4D$..........(1.2)

$U = 1.2D + 1.6L$..........(2.2)

$U = 1.2D + 1.0L + 1.0W$..........(4.2)

$U = 0.9D + 1.0W$..........(6.2)

لقد تم إدراج قيم العزوم والقص لتراكيب الأحمال الأربعة أعلاه في الجدول(3.3). ويتبين من الجدول أن التركيب(4.2) يعطي أكبر عزم سالب وأكبر قوة قص. والتركيب(2.2) يعطي أكبر عزم موجب وكما يلي:

العزم السالب الأقصى عند المساند B و C = 93.12 kN.m

العزم الموجب الأقصى عند منتصف العتبة = 193.2 kN.m

قوة القص القصوى = 177.16 kN

جدول 4.2 ملخص نتائج تراكيب الاحمال للعتبة BC

رقم المعادلة	تركيب الاحمال	الموقع	العزم الاقصى (kN.m)	القص الأقصى(kN)
معادلة 1.2	1.4D	مسند B	1.4(-43.6)= - 61	1.4(103.6)=145
		مسند C	1.4(-43.6)= - 61	1.4(-103.6)= -145
		منتصف العتبة	1.4(101.4)=142	-------
معادلة 2.2	1.2D + 1.6L	مسند B	1.2(- 43.6)+1.6(-19.2) = - 83	1.2(103.6)+1.6(45.64) = 197.34
		مسند C	1.2(- 43.6)+1.6(-19.2) = -83	1.2(-103.6)+1.6(-45.64) = -197.34
		منتصف العتبة	1.2(101.4)+1.6(44.7) = 193.2	-------
معادلة 4.2	1.2D +L +W	مسند B	1.2(- 43.6) -19.2 + 21.6= - 49.92	1.2(103.6) + 45.64 -7.2 = 162.76
		مسند C	1.2(- 43.6) -19.2 - 21.6 = - 93.12	1.2(-103.6) - 45.64 -7.2 = -177.16
		منتصف العتبة	1.2(101.4) + 44.7= 166.4	-------
	1.2D +L - W	مسند B	1.2(- 43.6) - 19.2 - 21.6 = -93.12	1.2(103.6) + 45.64 + 1.0 (7.2)= 177.16
		مسند C	1.2(- 43.6) -19.2 + (21.6) = - 49.92	1.2(-103.6) - 45.64 +1.0 (7.2)= -162.76
		منتصف العتبة	1.2(101.4) + 44.7= 166.4	-------
معادلة 6.2	0.9D + W	مسند B	0.9(- 43.6) +21.6 = -17.64	0.9(103.6) -7.2 = 86
		مسند C	0.9(- 43.6) - 21.6 = - 60.84	0.9(-103.6) -7.2= -100.4
		منتصف العتبة	0.9(101.4)= 91.26	-------
	0.9D - W	مسند B	0.9(- 43.6) -21.6 = -60.84	0.9(103.6) +7.2 = 100.44
		مسند C	0.9(- 43.6) +21.6= -17.64	- 0.9(103.6) + (7.2)= - 86
		منتصف العتبة	0.9(101.4)= 91.26	-------

6.2 طريقة معاملات الكود المبسطة Simplified ACI- coefficient method

وهي من الطرق المبسطة في تحليل العتبات المستمرة والسقوف أحادية الاتجاه ومدونة في الكود (ACI 6.5). في هذه الطريقة يتم إيجاد العزم كما يلي:-

$M_u = C\, W_u\, L_n^{\,2}$ ....(9.2)

حيث: C = معامل يتم الحصول عليه من الجدول (5.2) أو الشكل (2.2).

W_u = الحمل الأقصى الناتج عن ضرب الأحمال بمعاملات الأمان.

L_n = طول الفضاء الصافي من وجه المسند إلى وجه المسند للعزوم الموجبة والقص ومعدل طول الفضائين الصافيين المتجاورين في حالة العزم السالب.

أما القص فهو يساوي

$V_u = C\, W_u\, L_n$ .... (10.2)

حيث: V_u = القص الأقصى عند وجه المسند .

C = معامل يتم الحصول عليه من جدول (5.2) أو الشكل (2.2)

L_n و W_u لهما نفس التعريف أعلاه .

لاستخدام هذه الطريقة يجب توفر الشروط التالية :

1. هناك فضائين على الأقل .
2. يجب أن تكون الفضاءات متساوية تقريباً على أن لا يزيد الفضاء الأطول عن الأقصر لفضائيين متجاورين عن 20% .
3. الأحمال موزعة بصورة منتظمة .
4. الحمل الحي الخدمي لا يزيد عن ثلاث مرات بقدر الحمل الميت الخدمي.
5. الأعضاء ثابتة المقطع.

جدول 5.2 قيم العزوم والقص باستخدام طريقة معاملات الكود

أولاً :- العزوم الموجبة

أ – الفضاءات الخارجية:

إذا كانت النهاية غير مقيدة	$W_u L_n^2/11$
إذا كانت النهاية مصبوبة سوية مع المسند	$W_u L_n^2/14$
ب– الفضاءات الداخلية	$W_u L_n^2/16$

ثانياً :- العزوم السالبة

ا-العزم السالب للوجه الخارجي لأول مسند داخلي:-

في حالة وجود فضائين $W_u L_n^2 /9$

في حالة وجود أكثر من فضائين $W_u L_n^2 /10$

ب- العزم السالب لباقي الأوجه للمساند الداخلية $W_u L_n^2 /11$

ج - العزوم السالبة للأوجه الداخلية للمساند الخارجية

للأعضاء التي تصب سوية مع المساند :-

في حالة كون المسند عتبة أو رافده جانبية $W_u L_n^2 /24$

في حالة كون المسند عمود $W_u L_n^2 /11$

د-العزوم السالبة لجميع أوجه المساند في حالة

1-السقوف التي لايزيد طولها عن (3 m)

2-للعتبات والروافد التي تزيد فيها النسبة بين مجموع صلابة الأعمدة إلى صلابة العتبات عن ثماني مرات لكل نهاية من نهايات الفضاءات. $W_u L_n^2 /12$

ثالثاً:- القص.

أ- القص للوجه الخارجي لأول مسند داخلي . $1.15\dfrac{W_u L_n}{2}$

ب-القص لباقي الأوجه للمساند $\dfrac{W_u L_n}{2}$

مثال 2.2

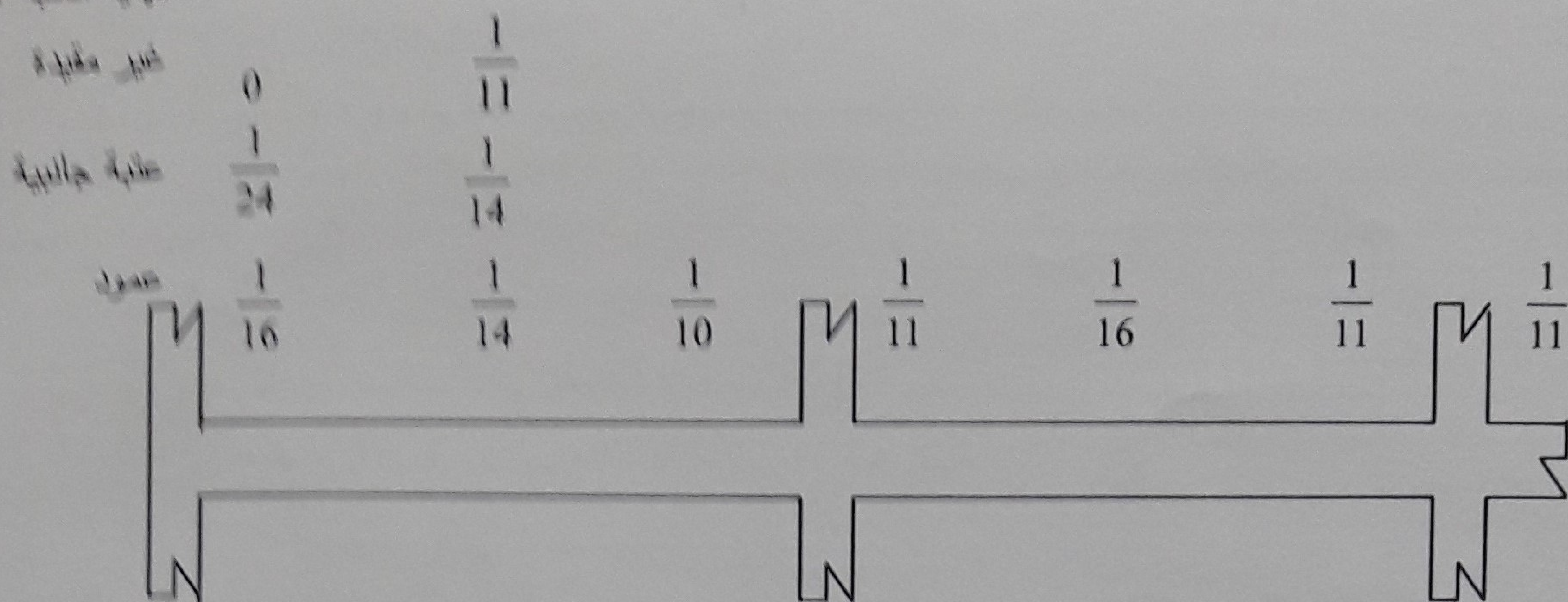
الهيكل الخرساني المسلح الموضح في الشكل(3.2) يسلط على عتباته حمل ميت خدمي(Service Dead Load) مقداره 5kN/m وحمل حي معامل(Service Live Load) مقدارة 10kN/m ، احسب العزوم وقوى القص عند المقاطع الحرجة للعتبات باستخدام طريقة معاملات الكود المبسطة.

الحل

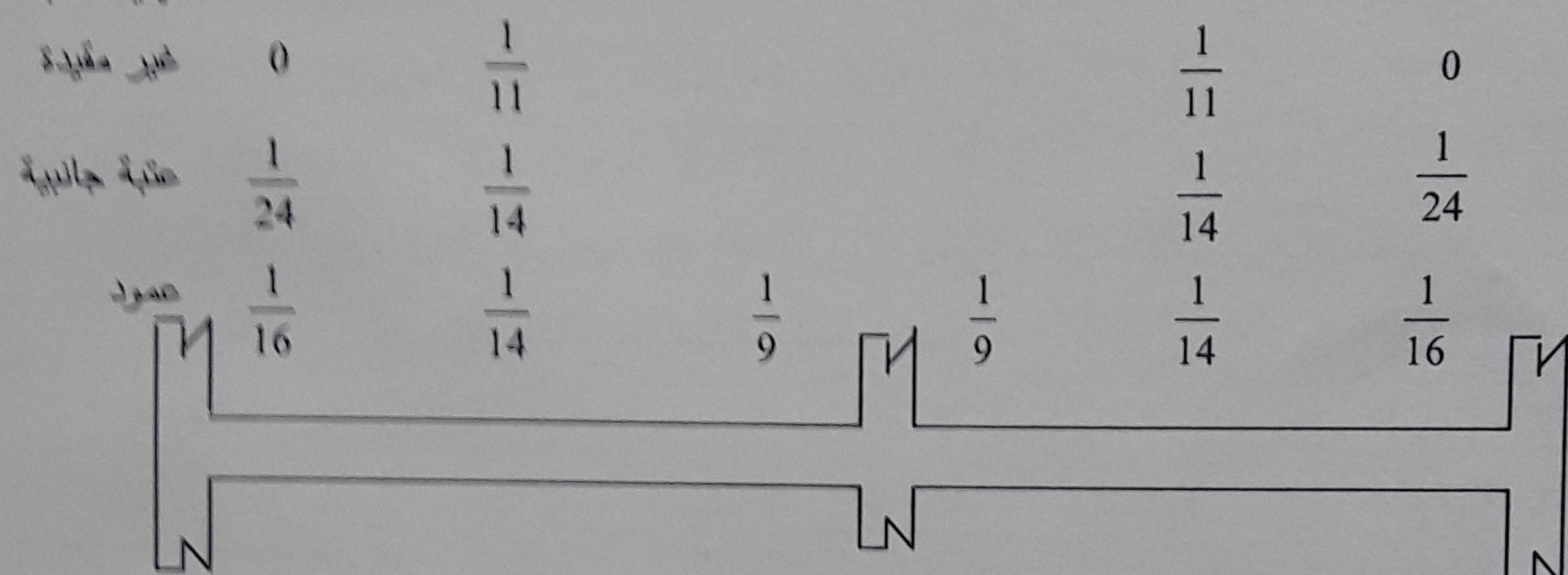
1- الحمل الاقصى الكلي: Wu= 1.2D+1.6L= 1.2(5)+1.6(10)=22 kN/m

2- تدقيق شروط الطريقة

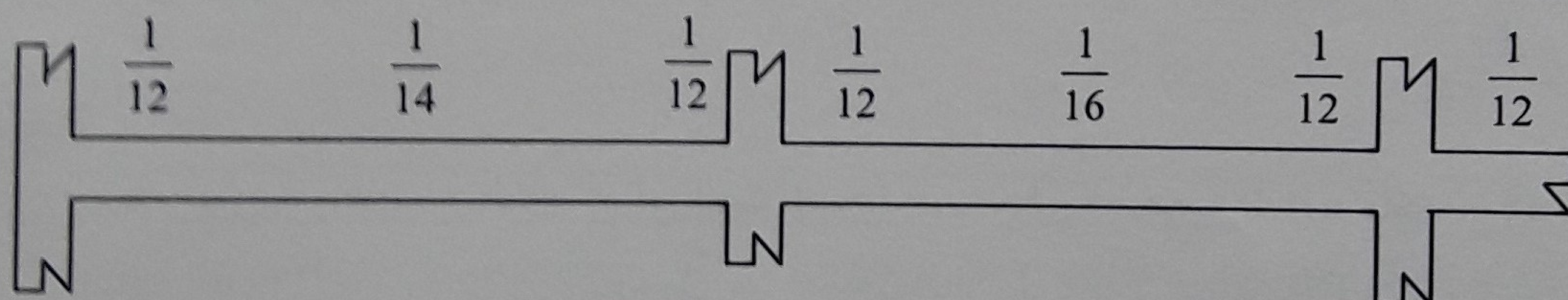
أ- الهيكل يتكون من 3 فضاءات(أكبر من 2)، عليه فالشرط متحقق.



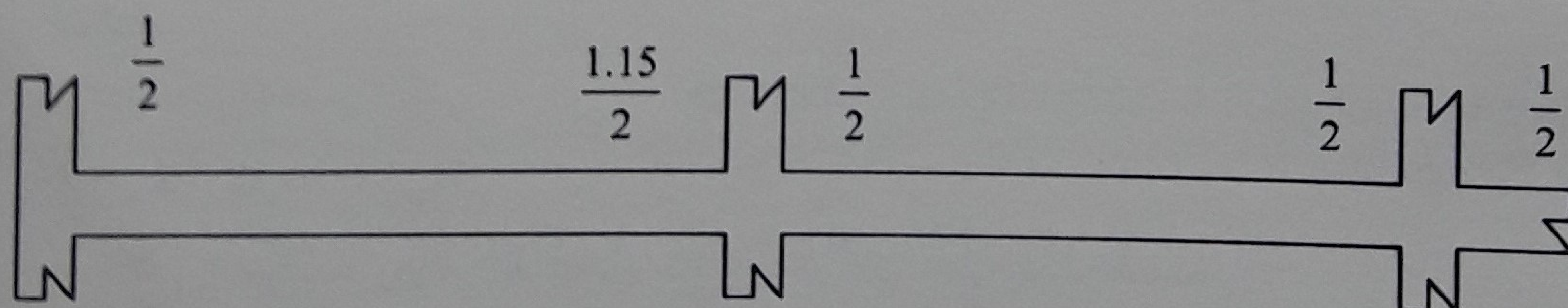
أ- أكثر من فضائين



ب- فضائين

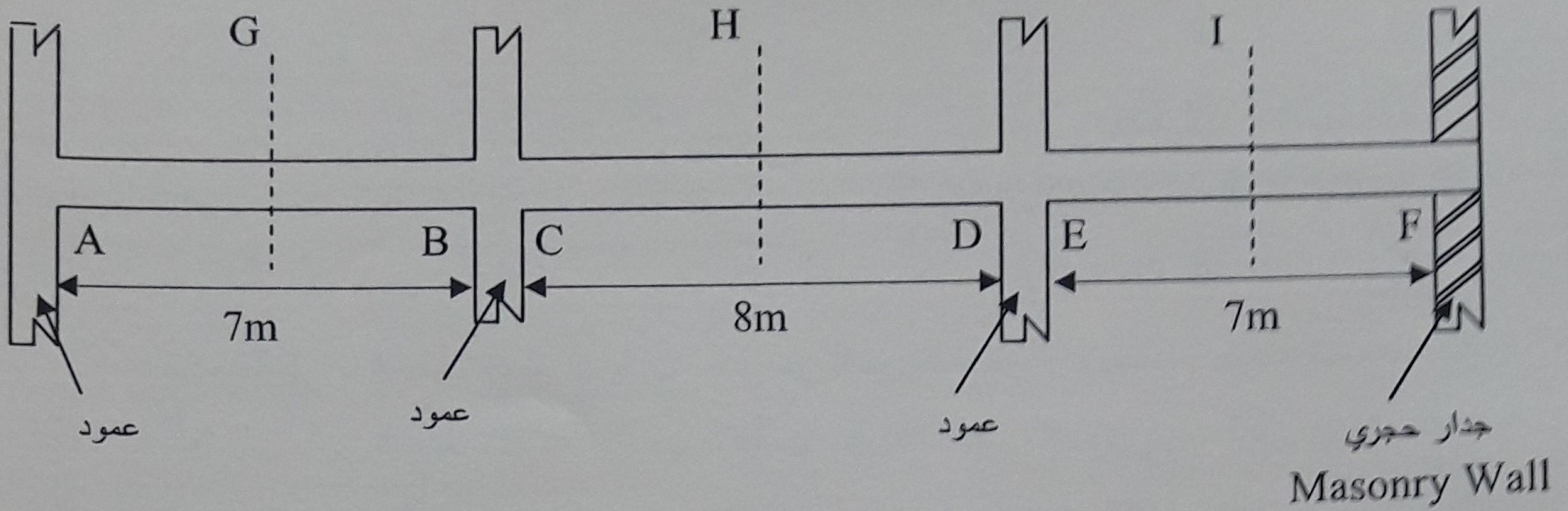


ج – حالة كون نسبة مجموع جساءات الأعمدة الى جساءة العتبة لكل نهاية اكبر من 8 وحالة البلاطات ذات فضاءات أقل من 3m



د – القص

شكل (2.2) معاملات الكود لحساب العزوم والقص



شكل (3.2) مخطط الهيكل الخرساني للمثال 2.2.

ب- الفرق بين الفضاء الاطول والاقصر لفضائيين متجاورين يساوي:

$((8-7)/8)*100\% = 12.5\% < 20\%$

عليه فالشرط متحقق.

ج- الاحمال موزعة بصورة منتظمة.(الشرط متحقق)

د- النسبة بين الحمل الحي الخدمي والحمل الميت الخدمي تساوي (10/5=2) وهي أقل من 3 ، عليه فالشرط متحقق.

هـ-الاعضاء (العتبات) ثابتة المقطع.(الشرط متحقق).

3- حساب العزوم السالبة:

$M_{AB} = 22(7)^2/16 = 67.38$ kN.m

$M_{BA} = 22(7.5)^2/10 = 123.75$ kN.m

$M_{CD} = 22(7.5)^2/11 = 112.5$ kN.m

$M_{DC} = 22(7.5)^2/11 = 112.5$ kN.m

$M_{EF} = 22(7.5)^2/10 = 123.75$ kN.m

$M_{FE} = 0$

4-حساب العزوم الموجبة:

$M_G = 22(7)^2/14 = 77$ kN.m

$M_H = 22(8)^2/16 = 88$ kN.m

$M_I = 22(7)^2/11 = 98$ kN.m

5- حساب القص:

$V_A = 22(7)/2 = 77$ kN $= V_F$

$V_B = 1.15 \times 77 = 88.55$ kN $= V_E$

$V_C = 22(8)/2 = 88$ kN $= V_D$

ملاحظة في حال عدم تحقق شرط أو أكثر من الشروط اللازمة لاستخدام طريقة معاملات الكود نلجأ إلى طرق التحليل الإنشائي الأخرى، وأسهل طريقة للتحليل اليدوي تحت تأثير أحمال الجانبية هي طريقة توزيع العزوم، ويمكن مراجعة المثال 13.11 في الفصل الحادي عشر بشأن ذلك حيث تم تحليل هيكل بناية متعددة الطوابق باستخدام هذه الطريقة.

7.2 صلاحية الاستخدام Serviceability :- بعد تصميم المقطع لمقاومة الانحناء والقص وباقي القوى والعزوم المسلطة يتم تدقيق صلاحية الاستخدام اذ يتم تدقيق ما يلي:

1- الانحراف (Deflection) : والذي يجب تحديده بقيم معينة لان له مضار عديدة .

2- التشققات (Cracks) : يجب السيطرة على التشققات لأنها تؤدي إلى تأكسد الحديد .

إن فلسفة التصميم الحديثة المتبعة هي أن المقطع يصمم على أساس مقاومة الانحناء والقص وباقي القوى والعزوم المسلطة عليه ثم تدقق صلاحية الاستخدام تحت تأثير أحمال التشغيل ويعاد تصميم الأبعاد وحساب كمية التسليح إذا تطلبت صلاحية الاستخدام ذلك.

الفصل الثالث

طريقة اجهادات التشغيل Working Stress Method

1.3 مقدمة :-

في هذه الطريقة نفترض أن التناسب بين الاجهادات والانفعالات للخرسانة والحديد يكون خطياً. بالنسبة للحديد يكون التناسب خطياً عندما تكون الاجهادات اقل من مقاومة الخضوع (f_y). أما بالنسبة للخرسانة فيمكن اعتبار علاقة الإجهاد مع الانفعال خطيه عند كون الإجهاد اقل من نصف مقاومة الخرسانة أي اقل من $(0.5\ f'_c)$.

لقد تضاءل استخدام هذه الطريقة حتى أن الكود قد جعلها ضمن الملحق وسماها الطريقة البديلة (Alternate Method) منذ عام 1977. ولذلك سنقتصر في هذا الفصل على تحليل وتصميم المقاطع المستطيلة فقط باستخدام هذه الطريقة.

وقبل أن نوضح تحليل وتصميم العتبات الخرسانية باستخدام هذه الطريقة سنوضح تصرف العتبات الخرسانية المسلحة تحت تأثير الأحمال وذلك للحصول على فهم أوضح لطريقة اجهادات التشغيل وطريقة المقاومة أيضاً .

2.3 تصرف العتبات الخرسانية المسلحة تحت تأثير الأحمال

Behaviour of Reinforced Concrete Beams

يمكن تمييز ثلاث مراحل عند تحميل العتبة الخرسانية حتى الفشل وهي :-

1.2.3 مرحلة ما قبل التشقق : وهي المرحلة التي تسبق تشقق الخرسانة وذلك عند كون الأحمال قليلة حيث يكون التناسب بين الاجهادات والانفعالات خطياً. وللتحليل يحول الحديد إلى ما يكافئه من الخرسانة للحصول على المقطع المحول (Transformed section) وبذا تصبح العتبة متجانسة يمكن تطبيق قوانين ميكانيك المواد عليها. تستمر هذه المرحلة لحين وصول الاجهادات إلى معامل الكسر (Modulus of rupture) والذي يرمز له (f_r) وهو الإجهاد الذي عنده تتشقق الخرسانة. وقبل وصول الخرسانة إلى معامل الكسر فان جميع المقطع يكون فعالا ويتم استخدامه في التحليل. أما عند وصول الاجهادات إلى معامل الكسر وحصول التشقق فان جزء المقطع الخرساني تحت محور الحيود يهمل لأنه لا يتحمل شداً. وعندئذ ننتقل إلى المرحلة الثانية .

2.2.3 مرحلة تشقق الخرسانة مع بقاء الاجهادات خطية : تبدأ هذه المرحلة عند وصول اجهادات الشد إلى معامل الكسر وحتى تحول الاجهادات إلى اجهادات غير خطية والذي يحصل

عند كون ($f_c > .5\ f_c'$) وهنا يتم إهمال الشد الذي تتحمله الخرسانة ونفترض أن قوة الشد يتحملها الحديد فقط .

<u>3.2.3 مرحلة الاجهادات غير الخطية</u> : عند زيادة الأحمال عن المرحلة السابقة تصبح اجهادات الخرسانة غير خطية ويحصل هذا عند كون ($f_c > 0.5\ f_c'$) وتستمر الحالة لحين حصول الفشل

3.3 تحليل العتبات قبل مرحلة التشقق

<u>Analysis of R.C beam before cracking</u>

وهنا يتم تحويل المقطع إلى مقطع متجانس وذلك بتحويل الحديد إلى ما يكافئه من الخرسانة ويسمى المقطع بالمقطع المكافئ أو المحول (Transformed or equivalent section). والتحويل يعتمد على فرضيتين وهما أن انفعالات الحديد والخرسانة تكون متساوية وان القوة التي يولدها الحديد يجب أن تساوي القوة التي تولدها الخرسانة المكافئة وباستخدام الشكل (1.3) فان:

عند مستوى الحديد

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_s$$

$$\frac{f_{cs}}{E_c} = \frac{f_s}{E_s}$$

أي أن

$$f_s = \frac{E_s}{E_c}\ f_{cs}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad \text{..(1.3)}$$

$$\therefore\ f_s = n f_{cs}$$

حيث n = معامل المعيارية modular ratio

f_{cs} = اجهادات الخرسانة عند مستوى الحديد .

f_s = اجهادات الحديد

ε_{cs} = انفعال الخرسانة عند مستوى الحديد .

ε_s = انفعال الحديد .

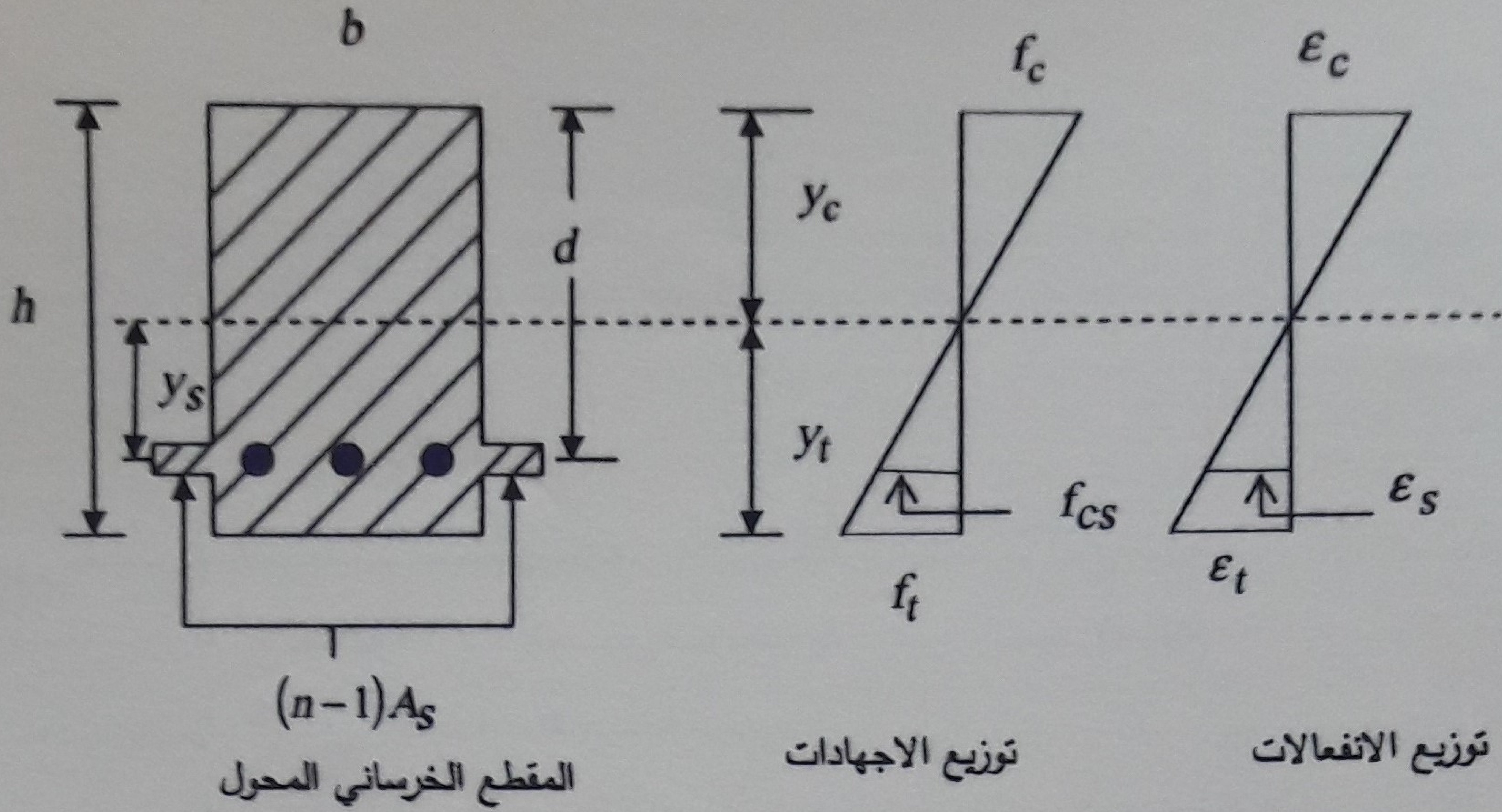
وباستخدام الفرضية الثانية فإن

$$F_c = F_s$$

$$A_t\ f_{cs} = A_s\ f_s$$

$$A_t\ f_{cs} = A_s n f_{cs}$$

$$\therefore\ A_t = n A_s \quad \text{..(2.3)}$$



h = العمق الكلي للمقطع b = عرض المقطع

d = العمق الفعال للمقطع ويساوي المسافة من مركز حديد الشد إلى وجه الانضغاط

شكل (1.3)

المقطع المحول وتوزيع الاجهادات والانفعالات قبل مرحلة التشقق

حيث F_S = قوة الحديد F_C = قوة الخرسانة المكافئة .

A_t = مساحة الخرسانة المكافئة للحديد A_S = مساحة الحديد .

ويمكن إيجاد مساحة المقطع المحول كما يلي:

$$A_e = A_c + A_t = A_g - A_s + nA_s$$

$$A_e = A_g + (n-1)A_s \quad \text{.......................................(3.3)}$$

حيث A_e = مساحة المقطع المحول .

A_g = مساحة المستطيل b×h A_c = مساحة الخرسانة

بعد تحويل الحديد إلى ما يكافئه من الخرسانة فان العتبة أصبحت متجانسة ويمكن تطبيق قوانين ميكانيك المواد عليها لإيجاد الاجهادات وكما يلي:

$$\sigma = \frac{My}{I} \quad \text{...(4.3)}$$

حيث σ = إجهاد الانحناء M = العزم المسلط

y = البعد عن محور الحيود I = عزم القصور الذاتي .

وبذا تكون الاجهادات القصوى للخرسانة والحديد كما يلي:

$$\left.\begin{aligned} f_t &= \frac{My_t}{I} \\ f_c &= \frac{My_c}{I} \\ f_s &= nf_{cs} = n\frac{My_s}{I} \end{aligned}\right\} \quad \text{...}(5.3)$$

حيث f_t = اجهادات الشد للخرسانة.

y_t = بعد ألياف الشد القصوى للخرسانة عن محور الحيود (N.A)

f_c = إجهاد الانضغاط للخرسانة

y_c = بعد ألياف الانضغاط القصوى للخرسانة عن محور الحيود (N.A)

f_s = إجهاد حديد التسليح .

y_s = بعد حديد التسليح عن محور الحيود .

لإيجاد موقع محور الحيود (N.A) فإننا نساوي عزم المساحة الكلية حول الضلع الأعلى لعزم مساحة الخرسانة المستطيلة والمساحة المكافئة للحديد وكما يلي:

$$A_e.y_t = A_g\frac{h}{2} + (n-1)A_s.d$$

من المعادلة أعلاه نجد y_t ، المجهول الوحيد ثم نجد y_s ، y_b وكما يلي:

$$y_b = h - y_t \qquad\qquad y_s = d - y_t.$$

أما عزم القصور الذاتي فيمكن إيجاده كما يلي:

$$I = \frac{bh^3}{12} + bhe^2 + (n-1)A_s y_s^2$$

أو كما يلي:

$$I = \frac{by_t^3}{3} + \frac{by_b^3}{3} + (n-1)A_s y_s^2$$

حيث e = بعد مركز مساحة المستطيل عن محور الحيود .

بعد ذلك تطبق المعادلات (5.3) للحصول على الاجهادات ويمكن تطبيق إحداها فقط والحصول على البقية من التناسب الخطي .

4.3 تدقيق تشقق العتبات

عند تحليل العتبات تحت تأثير أحمال قليلة نسبياً يجب معرفة هل أن المقطع قد وصل إلى مرحلة التشقق أم لا . ويتم ذلك بطريقتين:

الفصل الثالث

طريقة اجهادات التشغيل Working Stress Method

1.3 مقدمة :-

في هذه الطريقة نفترض أن التناسب بين الاجهادات والانفعالات للخرسانة والحديد يكون خطياً. بالنسبة للحديد يكون التناسب خطياً عندما تكون الاجهادات اقل من مقاومة الخضوع (f_y). أما بالنسبة للخرسانة فيمكن اعتبار علاقة الإجهاد مع الانفعال خطيه عند كون الإجهاد اقل من نصف مقاومة الخرسانة أي اقل من $(0.5\ f_c')$.

لقد تضاءل استخدام هذه الطريقة حتى أن الكود قد جعلها ضمن الملحق وسماها الطريقة البديلة (Alternate Method) منذ عام 1977. ولذلك سنقتصر في هذا الفصل على تحليل وتصميم المقاطع المستطيلة فقط باستخدام هذه الطريقة.

وقبل أن نوضح تحليل وتصميم العتبات الخرسانية باستخدام هذه الطريقة سنوضح تصرف العتبات الخرسانية المسلحة تحت تأثير الأحمال وذلك للحصول على فهم أوضح لطريقة اجهادات التشغيل وطريقة المقاومة أيضاً .

2.3 تصرف العتبات الخرسانية المسلحة تحت تأثير الأحمال

Behaviour of Reinforced Concrete Beams

يمكن تمييز ثلاث مراحل عند تحميل العتبة الخرسانية حتى الفشل وهي :-

1.2.3 مرحلة ما قبل التشقق : وهي المرحلة التي تسبق تشقق الخرسانة وذلك عند كون الأحمال قليلة حيث يكون التناسب بين الاجهادات والانفعالات خطياً. وللتحليل يحول الحديد إلى ما يكافئه من الخرسانة للحصول على المقطع المحول (Transformed section) وبذا تصبح العتبة متجانسة يمكن تطبيق قوانين ميكانيك المواد عليها. تستمر هذه المرحلة لحين وصول الاجهادات إلى معامل الكسر (Modulus of rupture) والذي يرمز له (f_r) وهو الإجهاد الذي عنده تتشقق الخرسانة. وقبل وصول الخرسانة إلى معامل الكسر فان جميع المقطع يكون فعالا ويتم استخدامه في التحليل. أما عند وصول الاجهادات إلى معامل الكسر وحصول التشقق فان جزء المقطع الخرساني تحت محور الحيود يهمل لأنه لا يتحمل شداً. وعندئذ ننتقل إلى المرحلة الثانية .

2.2.3 مرحلة تشقق الخرسانة مع بقاء الاجهادات خطية : تبدأ هذه المرحلة عند وصول اجهادات الشد إلى معامل الكسر وحتى تحول الاجهادات إلى اجهادات غير خطية والذي يحصل

عند كون ($f_c > .5\ f'_c$) وهنا يتم إهمال الشد الذي تتحمله الخرسانة ونفترض أن قوة الشد يتحملها الحديد فقط .

3.2.3 مرحلة الاجهادات غير الخطية : عند زيادة الأحمال عن المرحلة السابقة تصبح اجهادات الخرسانة غير خطية ويحصل هذا عند كون ($f_c > 0.5\ f'_c$) وتستمر الحالة لحين حصول الفشل

3.3 تحليل العتبات قبل مرحلة التشقق

Analysis of R.C beam before cracking

وهنا يتم تحويل المقطع إلى مقطع متجانس وذلك بتحويل الحديد إلى ما يكافئه من الخرسانة ويسمى المقطع بالمقطع المكافئ أو المحول (Transformed or equivalent section). والتحويل يعتمد على فرضيتين وهما أن انفعالات الحديد والخرسانة تكون متساوية وان القوة التي يولدها الحديد يجب أن تساوي القوة التي تولدها الخرسانة المكافئة وباستخدام الشكل (1.3) فان:

عند مستوى الحديد

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_s$$

$$\frac{f_{cs}}{E_c} = \frac{f_s}{E_s}$$

أي أن

$$f_s = \frac{E_s}{E_c} f_{cs}$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad \text{...(1.3)}$$

$$\therefore\ f_s = n f_{cs}$$

حيث n = معامل المعيارية modular ratio

f_{cs} = اجهادات الخرسانة عند مستوى الحديد .

f_s = اجهادات الحديد

ε_{cs} = انفعال الخرسانة عند مستوى الحديد .

ε_s = انفعال الحديد .

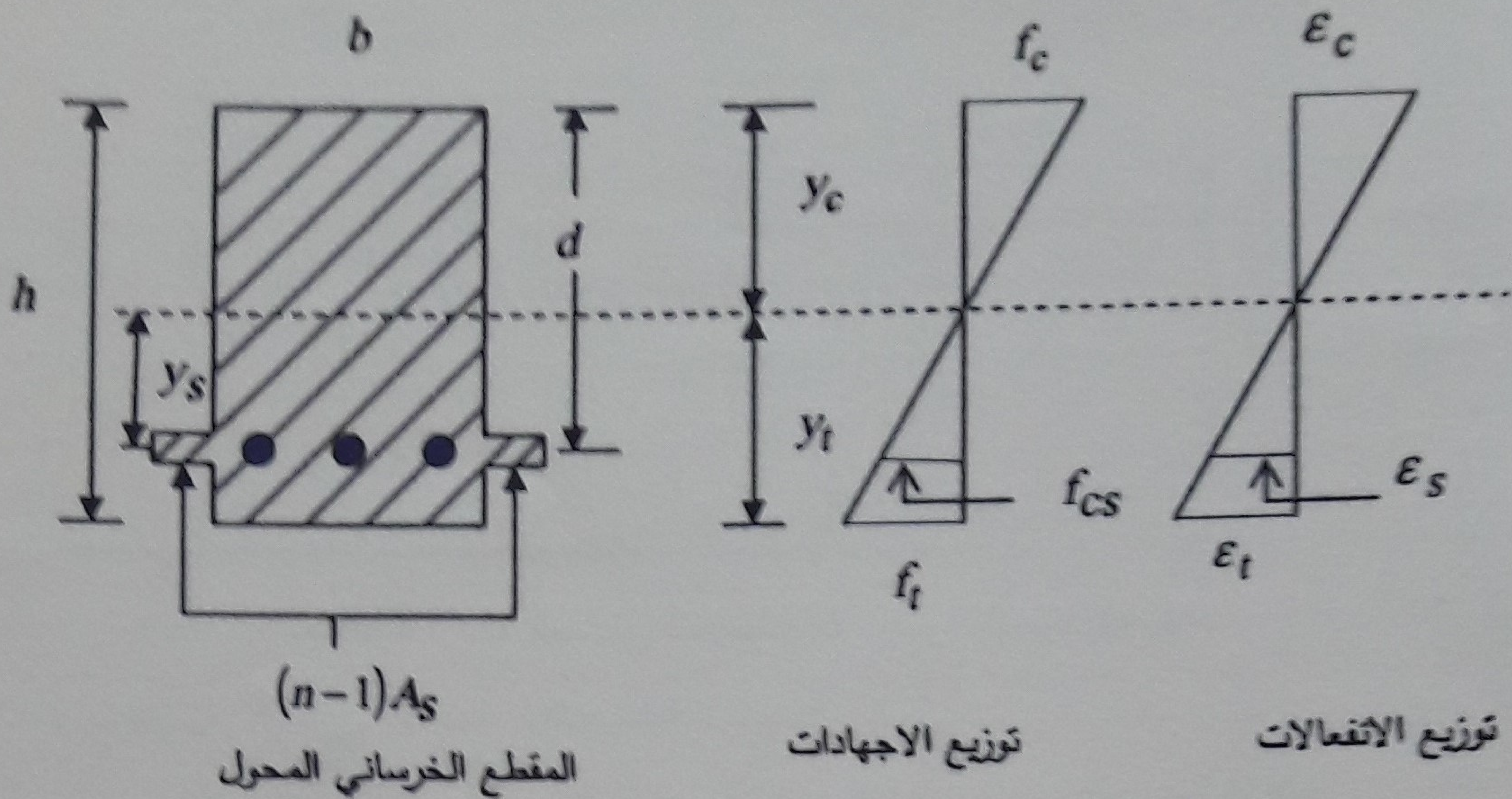
وباستخدام الفرضية الثانية فإن

$$F_c = F_s$$

$$A_t\, f_{cs} = A_s\, f_s$$

$$A_t\, f_{cs} = A_s n f_{cs}$$

$$\therefore\ A_t = nA_s \quad \text{...(2.3)}$$



h = العمق الكلي للمقطع b = عرض المقطع

d = العمق الفعال للمقطع ويساوي المسافة من مركز حديد الشد إلى وجه الانضغاط

شكل (1.3)

المقطع المحول وتوزيع الاجهادات والانفعالات قبل مرحلة التشقق

حيث F_s = قوة الحديد F_c = قوة الخرسانة المكافئة .

A_t = مساحة الخرسانة المكافئة للحديد A_s = مساحة الحديد .

ويمكن إيجاد مساحة المقطع المحول كما يلي:

$$A_e = A_c + A_t = A_g - A_s + nA_s$$

$$A_e = A_g + (n-1)A_s \quad \text{.......................................(3.3)}$$

حيث A_e = مساحة المقطع المحول .

A_g = مساحة المستطيل b×h A_c = مساحة الخرسانة

بعد تحويل الحديد إلى ما يكافئه من الخرسانة فان العتبة أصبحت متجانسة ويمكن تطبيق قوانين ميكانيك المواد عليها لإيجاد الاجهادات وكما يلي:

$$\sigma = \frac{My}{I} \quad \text{.......................................(4.3)}$$

حيث σ = إجهاد الانحناء   M = العزم المسلط

y = البعد عن محور الحيود   I = عزم القصور الذاتي .

وبذا تكون الاجهادات القصوى للخرسانة والحديد كما يلي:

$$\left.\begin{aligned} f_t &= \frac{My_t}{I} \\ f_c &= \frac{My_c}{I} \\ f_s &= nf_{cs} = n\frac{My_s}{I} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(5.3)$$

حيث f_t = اجهادات الشد للخرسانة.

y_t = بعد ألياف الشد القصوى للخرسانة عن محور الحيود (N.A)

f_c = إجهاد الانضغاط للخرسانة

y_c = بعد ألياف الانضغاط القصوى للخرسانة عن محور الحيود (N.A)

f_s = إجهاد حديد التسليح .

y_s = بعد حديد التسليح عن محور الحيود .

لإيجاد موقع محور الحيود (N.A) فإننا نساوي عزم المساحة الكلية حول الضلع الأعلى لعزم مساحة الخرسانة المستطيلة والمساحة المكافئة للحديد وكما يلي:

$$A_e.y_t = A_g\frac{h}{2} + (n-1)A_s.d$$

من المعادلة أعلاه نجد y_t ، المجهول الوحيد ثم نجد y_b ، y_s وكما يلي:

$$y_b = h - y_t \qquad\qquad y_s = d - y_t.$$

أما عزم القصور الذاتي فيمكن إيجاده كما يلي:

$$I = \frac{bh^3}{12} + bhe^2 + (n-1)A_s{y_s}^2$$

أو كما يلي:

$$I = \frac{b{y_t}^3}{3} + \frac{b{y_b}^3}{3} + (n-1)A_s{y_s}^2$$

حيث e = بعد مركز مساحة المستطيل عن محور الحيود .

بعد ذلك تطبق المعادلات (5.3) للحصول على الاجهادات ويمكن تطبيق إحداها فقط والحصول على البقية من التناسب الخطي .

4.3 تدقيق تشقق العتبات

عند تحليل العتبات تحت تأثير أحمال قليلة نسبياً يجب معرفة هل أن المقطع قد وصل إلى مرحلة التشقق أم لا . ويتم ذلك بطريقتين:

الأولى: بحساب إجهاد الخرسانة عند ألياف الشد الأبعد من المعادلة(5.3) ومقارنتها مع الإجهاد الذي تتشقق عنده الخرسانة ويسمى معامل الكسر (Modulus of Rupture) ويرمز له (f_r)، فإذا كان إجهاد الخرسانة أكبر أو يساوي f_r فهذا يعني أن المقطع متشقق والعكس بالعكس. ويمكن إيجاد معامل الكسر من معادلة الكود التالية(فقرة ACI 19.2.3.1):

$$f_r = 0.62\lambda\sqrt{f'_c} \quad \text{.......................................(6.3)}$$

حيث λ = معامل تعديل الخواص الميكانيكية للخرسانة خفيفة الوزن(لتحديد قيمته راجع فقرة الكود ACI 19.2.4) = 1.0 للخرسانة الاعتيادية.

الثانية: بإيجاد العزم اللازم للتشقق(Mcr) ومقارنته مع العزم المسلط .

لإيجاد عزم التشقق تطبق المعادلة (4.3) مع مساواة إجهاد الشد للخرسانة مع معامل الكسر (f_r). وعندئذ يمكن إيجاد عزم التشقق من المعادلة:

$$M_{cr} = \frac{f_r.I}{y_t} \quad \text{.......................................(7.3)}$$

عند كون عزم التشقق أكبر من العزم المسلط تتبع الفقرة السابقة في التحليل وألا فان التحليل والتصميم يتم أما حسب طريقة اجهادات التشغيل أو طريقة المقاومة .

مثال 1.3 : عتبة خرسانية بسيطة الإسناد بإبعاد (600×300 mm) تحوي حديد تسليح بمساحة ($3200\ mm^2$) كما موضح في الشكل(2.3) ، معامل المعيارية (n = 8) ومعامل الكسر ($f_r = 3.1 MPa$) جد عزم التشقق . ثم جد إجهاد الحديد والخرسانة إذا كان عزم الانحناء المسلط يساوي 33.9 kN.m .

الحل :-

$$A_e = 300\times600 + (8-1)(3200) = 202400\,mm^2$$

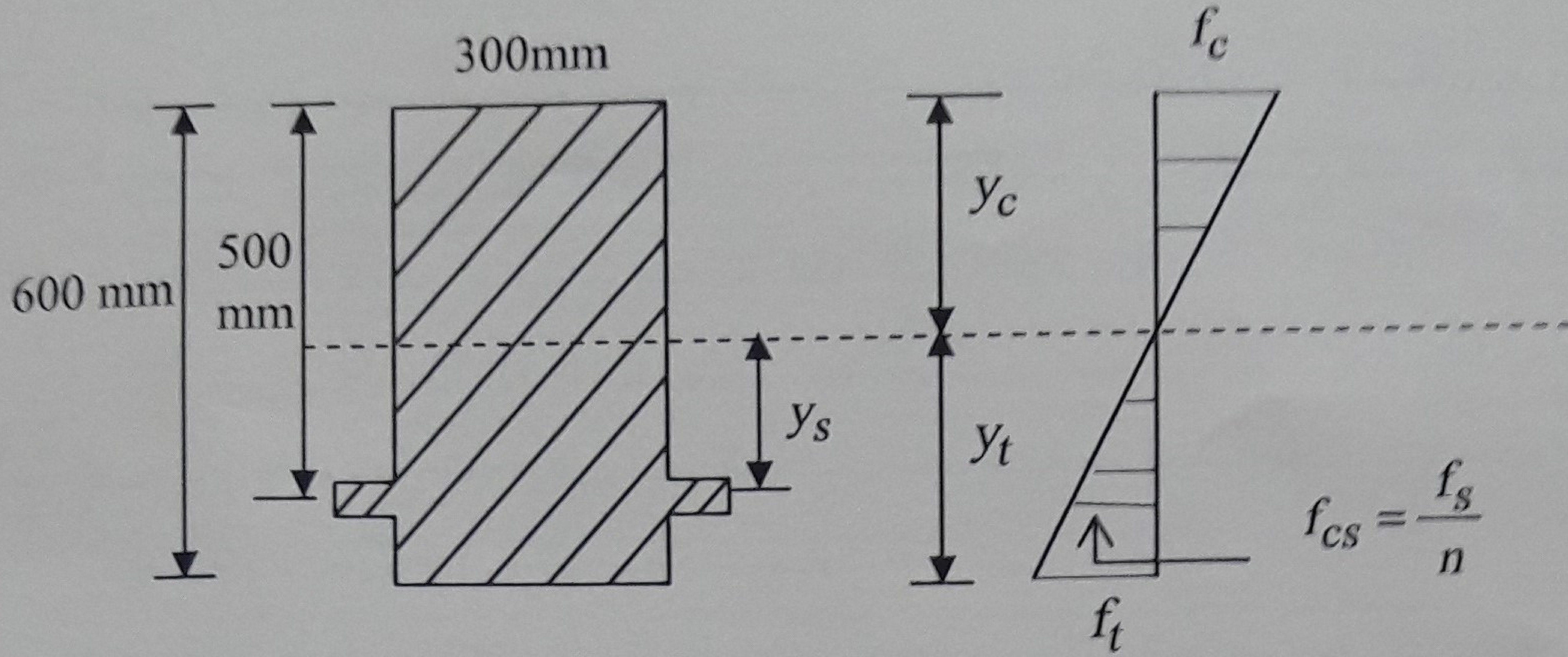
$$202400\,y_c = 300\times600\times300 + 7\times3200\times500$$

$$\therefore y_c = 322\ mm$$

$$y_t = 600-322 = 278\ mm \qquad y_s = 278-100 = 178\ mm$$

$$I = \frac{300\times600^3}{12} + 300\times600\times22^2 + 3200\times7\times178^2 = 6197\times10^6\,mm^4$$

$$M_{cr} = \frac{f_r I}{y_t} = \frac{3.1\times6197\times10^6}{278}\times10^{-6} = 69.1\ kN.m$$



شكل (2.3)

مقطع العتبة وتوزيع الاجهادات للمثال (1.3) .

بما أن $Mcr > 33.9$ عليه فالمقطع غير متشقق ويمكن إيجاد الاجهادات كما يلي:

$$f_c = \frac{My_c}{I} = \frac{33.9\times10^6\times322}{6197\times10^6} = 1.76\ N/mm^2\,(MPa)$$

$$f_t = \frac{My_t}{I} = \frac{33.9\times10^6\times278}{6197\times10^6} = 1.52\,Mpa$$

$$f_s = nf_{cs} = \frac{nMy_s}{I} = \frac{8\times33.9\times178\times10^6}{6197\times10^6} = 7.79\ \ MPa.$$

<u>5.3 تحليل العتبات باستخدام طريقة اجهادات التشغيل :</u>

يقصد بالتحليل إيجاد الاجهادات لحديد التسليح والخرسانة عند كون العزم المسلط وابعاد المقطع ومساحة الحديد معلومة أو إيجاد العزم الأقصى الذي يتحمله المقطع إذا كانت الاجهادات المسموح بها وأبعاد المقطع ومساحة الحديد معلومة .

إن الاجهادات المسموح بها حسب الكود هي نسبة من مقاومة المواد حيث تؤخذ معاملات الأمان هنا على الاجهادات وهي كما يلي:

للخرسانة $f_c = 0.45\,f'_c$

للحديد : عندما $f_y = 300MPa$ أو $f_y = 350$ MPa فان: $f_s = 140MPa$

أما عندما $f_y = 420MPa$ فان: $f_s = 170MPa$

أما بالنسبة لمعامل المرونة المعتمد فهو :- للحديد $E_s = 200000\ \ MPa$

للخرسانة $E_c = 4700\sqrt{f'_c}\ \ MPa$

حيث f'_c = مقاومة الانضغاط للخرسانة بعمر (28) يوماً.

تعتمد الطريقة على الفرضيات التالية :-

1- المقطع المستوي قبل الانحناء يبقى مستوياً بعد الانحناء وهذا يعني أن الانفعالات تتناسب خطياً مع البعد عن محور الحيود (N.A)

2- الإجهاد يتناسب خطياً مع الانفعال.

3- تهمل مقاومة الخرسانة للشد ويفترض أن قوى الشد يتحملها الحديد فقط.

4- وجود تماسك تام بين الخرسانة والحديد بحيث لا يحصل انزلاق بينهما.

هناك طريقتان لتحليل العتبات الخرسانية المسلحة هما:

الطريقة الأولى :- طريقة العزم المزدوج Internal couple method

في هذه الطريقة يتم أولاً إيجاد موقع محور الحيود (N.A) وذلك باستخدام معادلة توازن القوى (لاحظ الشكل 3.3):

$$C = T$$

$$0.5\, f_c\, bkd = A_s\, f_s \quad \text{.......................................} (8.3)$$

ومن تناسب الانفعالات فان :-

$$\frac{\varepsilon_c}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d-kd}$$

$$\frac{f_c}{E_c\, kd} = \frac{f_s}{E_s(d-kd)} \qquad \therefore \frac{f_s}{d-kd} = n\frac{f_c}{kd}$$

حيث d = العمق الفعال = بعد مركز الحديد عن ألياف الانضغاط القصوى ، kd = عمق محور الحيود. ومن المعادلة أعلاه فان:

$$f_s = \frac{1-k}{k}\, n\, f_c \text{.......................................} (9.3)$$

من المعادلة (9.3) نجد f_s بدلالة f_c ثم نعوض في المعادلة(8.3) فتتكون لدينا معادلة من الدرجة الثانية بدلالة k نحلها بالدستور لإيجاد (k).

كما يمكن اشتقاق معادلة لإيجاد (k) بدلالة الرموز وكما يلي:

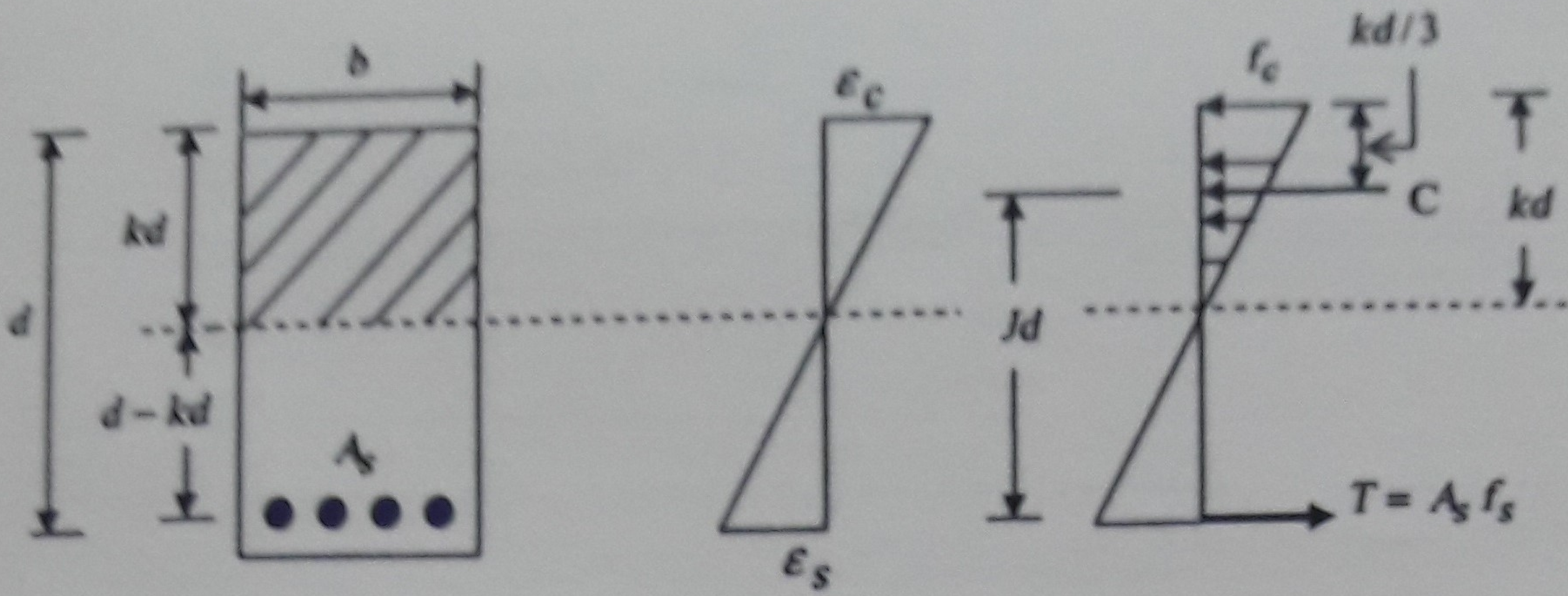
$$C = T$$

$$0.5\, f_c bkd = A_s\, f_s = \rho\, bdf_s \quad \therefore 0.5\, f_c\, k = \rho\ fs$$

حيث ρ = نسبة الحديد إلى المقطع الفعال (bd)

من المعادلة (9.3) فان

$$f_s = \frac{n(1-k)}{k}\, f_c$$



شكل (3.3) توزيع الاجهادات والانفعالات تحت أحمال التشغيل

وبالتعويض في المعادلة أعلاه فان :- $0.5\, f_c\, k = \rho \dfrac{n(1-k)}{k} f_c$

$\therefore k^2 = 2\rho\, n(1-k)$

وبالدستور فان :- $k = \sqrt{2\rho\, n + (\rho\, n)^2} - \rho\, n$ ....(10.3)

أن بعد محصلة الانضغاط عن الضلع الأعلى هو (kd/3) بسبب التوزيع المثلثي الاجهادات

.عليه فان البعد بين قوتي الشد والانضغاط هو: $Jd = d - kd/3$

وبأخذ العزوم حول قوة الشد فان العزم الخارجي (عزم الأحمال) يساوي عزم المزدوج الداخلي والذي يساوي: $M = C(Jd) = 0.5\; f_c\, b\, kdJd$

$\therefore M = 0.5\, f_c k\, J\, b\, d^2$ ....(11.3)

وبأخذ العزوم حول محصلة قوة الضغط فان:

$M = T(Jd) = A_s\; f_s\; Jd$ ....(12.3)

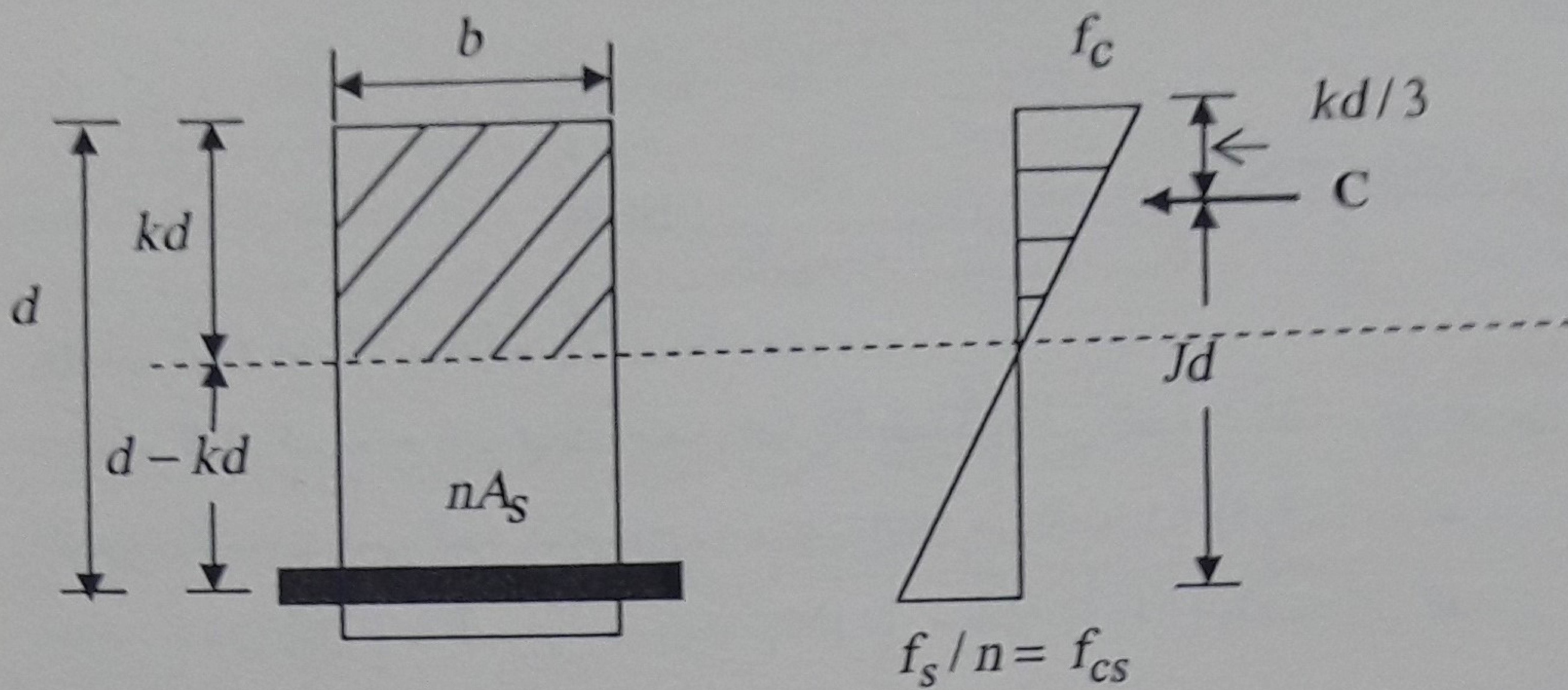
من المعادلتين أعلاه يمكن إيجاد العزم المسموح به للمقطع وذلك بفرض إجهاد الخرسانة يساوي الإجهاد المسموح به وإيجاد العزم من المعادلة الأولى ثم فرض الإجهاد للحديد يساوي الإجهاد المسموح به وإيجاد العزم من المعادلة الثانية ونعتمد اقل العزمين فهو يمثل العزم المسموح به .

عندما يكون العزم معلوماً والمطلوب إيجاد الاجهادات فان:

اجهادات الانضغاط من معادلة (11.3): $f_c = \dfrac{2M}{k\, J\, b\, d^2}$

اجهادات الشد للحديد(معادلة 12.3): $f_s = \dfrac{M}{A_s\, Jd}$

ويمكن إيجاد احد الاجهادات والأخر من التناسب .



شكل (4.3) مبدأ المقطع المحول

الطريقة الثانية – طريقة المقطع المحول Transformed Section Method

في هذه الطريقة يتم إيجاد موقع محور الحيود (N.A) بعد تحويل مساحة الحديد إلى ما يكافئه من مساحة الخرسانة لاحظ الشكل(4.3) .

من معادلة (2.3) فأن: $A_t = nA_s \qquad n = E_s / E_c$

ثم يتم إيجاد (kd) أي بعد محور الحيود عن ألياف الانضغاط القصوى بأخذ عزوم المساحات حول مقع محور الحيود(N.A). عندئذٍ تتكون لدينا معادلة من الدرجة الثانية بحلها نحصل على k .

كما يمكن اشتقاق معادلة لحساب (k) بدلالة الرموز بالاعتماد على المبدأ أعلاه وكما يلي:

$$b\frac{(kd)^2}{2} = nA_s(d-kd)$$

$$b\frac{(kd)^2}{2} - \rho\, n\, b\, d(d-kd) = 0$$

$$\frac{k^2}{2} - \rho\, n(1-k) = 0$$

$$\therefore k^2 - 2\rho\, n + 2\rho\, nk = 0$$

بالدستور فان: $k = \sqrt{2\rho\, n + (\rho\, n)^2} - \rho\, n$

وهي نفس المعادلة (9.3) التي توصلنا إليها باستخدام مبدأ العزم المزدوج ثم نجد عزم القصور الذاتي وكما يلي: $I = \dfrac{b(kd)^3}{3} + nA_s(d-kd)^2$

ثم نستخدم المعادلات التالية لإيجاد الاجهادات:

$$f_c = \frac{M\,kd}{I} \quad \text{..} (13.3)$$

$$f_s = n\,f_{cs} = \frac{n\,M(d-kd)}{I} \quad \text{..............................} (14.3)$$

ويمكن إيجاد احد الاجهادات والآخر بالتناسب .

أما العزم المسموح فيتم إيجاده بنفس الطريقة المذكورة في الفقرة السابقة . أي نفرض أن اجهادات الخرسانة تصل إلى الحد المسموح به ونجد (M) من المعادلة (13.3) ثم نفرض ان اجهادات الحديد تصل إلى الحد المسموح به ونجد (M) من معادلة (14.3) ونعتمد اقل القيمتين .

مثال 2.3:- الشكل (5.3) يوضح مقطع عتبة خرسانية مسلحة عرضه b = 300 mm ، والعمق الفعال d = 500 mm ، مساحة الحديد $As = 1500\ mm^2$ ، معامل المعيارية n = 8 احسب اجهادات الخرسانة والحديد إذا كان عزم الانحناء المسلط يساوي 70 kN.m

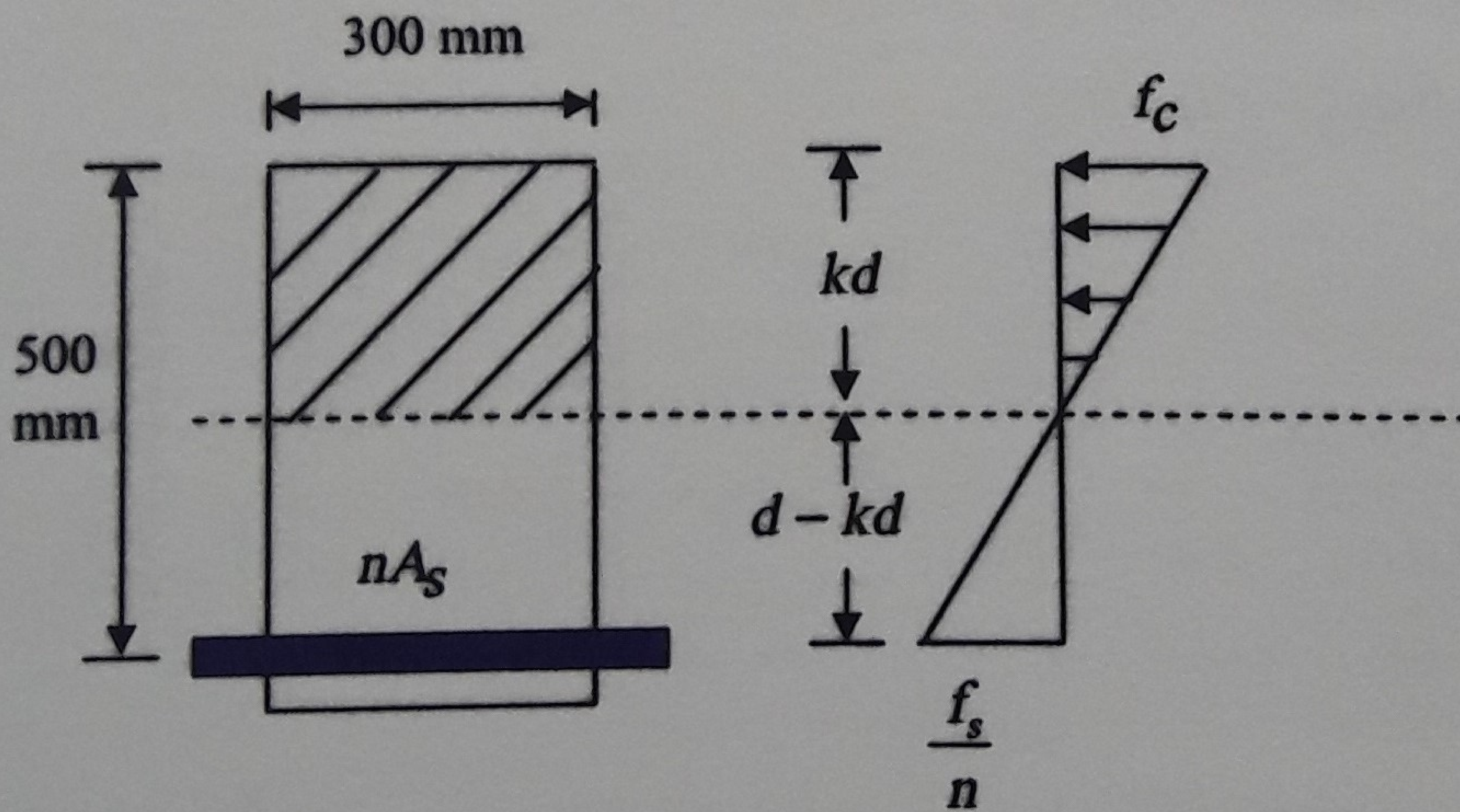
الحل :

الطريقة الأولى :- طريقة العزم المزدوج لاحظ الشكل (5.3):

$$k = \sqrt{2\rho\,n + (\rho n)^2} - \rho\,n \qquad \rho = \frac{1500}{300 \times 500} = 0.01$$

$$\rho n = 0.08 \quad \therefore k = \sqrt{2 \times .08 + (0.08)^2} - 0.08 = 0.328$$

$$kd = 0.328 \times 500 = 164 mm$$



شكل (5.3) مقطع في العتبة للمثال (2.3)

$$J=1-\frac{k}{3}=0.89$$

$$Jd=445mm$$

$$f_c=\frac{2M}{KJbd^2}=\frac{2\times70\times10^6}{0.328\times0.89\times300\times500^2}=6.39MPa$$

$$f_s=\frac{M}{A_s\,Jd}=\frac{70\times10^6}{1500\times445}=104.9MPa$$

الطريقة الثانية :- طريقة المقطع المحول

بنفس الطريقة السابقة نجد k ثم نجد I كما يلي :-

$$I=\frac{300\times164^3}{3}+8\times1500\times(500-164)^2=1795\times10^6\,mm^4$$

$$f_c=\frac{M\,kd}{I}=\frac{70\times10^6\times164}{1795\times10^6}=6.39MPa$$

$$f_s=n\,f_{cs}=n\frac{M(d-kd)}{I}=\frac{8\times70\times10^6(500-164)}{I}=104.8MPa$$

مثال <u>3.3</u> :- في عتبة خرسانية مسلحة(شكل 6.3) b = 250 mm ، d = 400 mm , n= 8 $A_S=1000mm^2$ احسب اكبر عزم خدمي يمكن تسليطه على العتبة إذا كانت الاجهادات المسموح بها هي :- f_c = 12 MPa ، f_s = 140 MPa

الحل :-

<u>الطريقة الأولى :- طريقة العزم المزدوج</u>

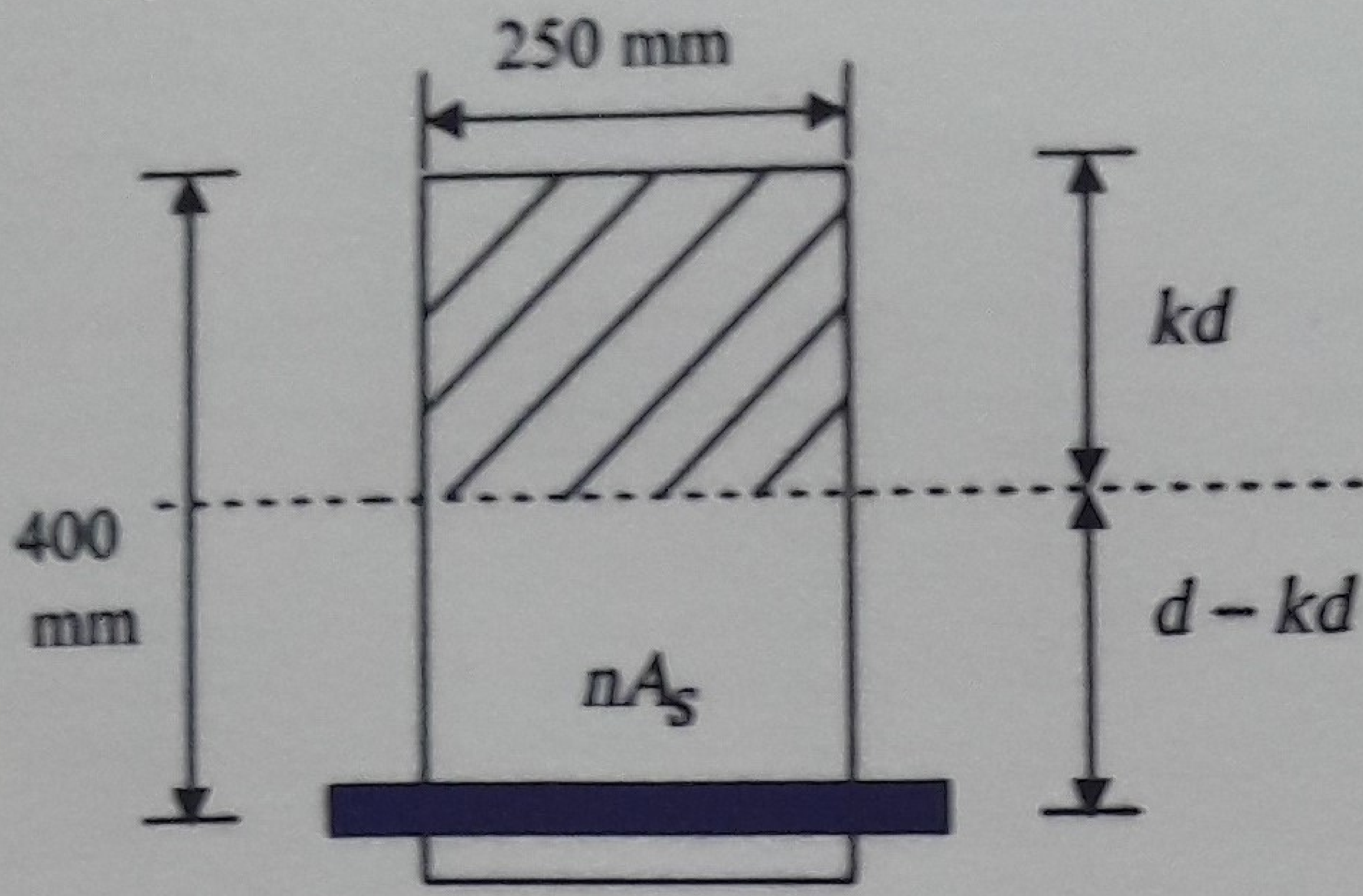
$$\rho=\frac{1000}{250\times400}=.01$$

$k=0.328$ كما في المثال السابق

$$J=1-\frac{k}{3}=0.89$$

إذا فرضنا أن اجهادات الخرسانة تصل إلى الحد المسموح به .

$$M=\frac{f_c}{2}bkd\,Jd=\frac{12}{2}(250)(400)^2\times.328\times.89\times10^{-6}=70kN.m$$



شكل (6.3)
المقطع الخرساني للمثال (3.3)

إذا فرضنا أن اجهادات الحديد تصل إلى الحد المسموح به فان :-

$$M = A_s f_s Jd = 1000 \times 140 \times .89 \times 400 = 49.8 \times 10^6 \ N.mm = 49.8 \ kN.m$$

∴ العزم المسلط $M = 49.8 \ kN.m$

<u>الطريقة الثانية :- طريقة المقطع المحول :-</u> من أعلاه :-

$k = 0.328 \qquad kd = 131 \, mm \qquad J = 0.89 \qquad Jd = 356 \, mm$

$$\therefore I = \frac{250(131)^3}{3} + 8000(400-131)^2 = 766.23 \times 10^6 \, mm^4$$

في حالة وصول اجهادات الخرسانة إلى الحد المسموح به فان:

$$M = \frac{f_c . I}{kd} = \frac{12 \times 766.23 \times 10^6}{131} = 70 \times 10^6 \ N.mm = 70 \ kN.m$$

في حالة وصول اجهادات الحديد الى الحد المسموح به فان:

$$M = \frac{f_s . I}{n(d-kd)} = \frac{140 \times 766.23 \times 10^6}{8(400-131)} = 49.8 \times 10^6 \ N.mm = 49.8 \ kN.m$$

$\therefore M = 49.8 \ kN.m$

6.3 تصميم العتبات الخرسانية المسلحة المستطيلة المقطع

Design of R.C Rectangular Beams

يقصد بالتصميم إيجاد إبعاد المقطع ومساحة وتفاصيل الحديد حيث تكون الاجهادات المسموح بها والعزوم المسلط معلومة. ويتم التصميم على اعتبار إن الحديد والخرسانة يصلان إلى الاجهادات المسموح بها في آن واحد (يسمى المقطع في هذه الحالة متوازن التسليح) وسبب ذلك هو الحصول على مقطع اقتصادي باستغلال كل خواص الخرسانية والحديد.

يتم إيجاد المعامل (k) بأخذ تناسب الاجهادات (شكل 4.3):

$$\frac{f_c}{kd} = \frac{f_s / n}{d - kd} \qquad \therefore \frac{f_s}{f_c} = \frac{n(1-k)}{k}$$

وإذا رمزنا إلى ($\frac{f_s}{f_c}$) بالرمز (r) فان:

$$r = \frac{n(1-k)}{k}$$

$$rk = n(1-k) = n - nk$$

$$\therefore k = \frac{n}{n+r} \quad \text{.......................................} (15.3)$$

ثم نستخدم المعادلة (10.3)

$$M = 0.5\, f_c\, K\, J\, b\, d^2$$

وإذا رمزنا إلى($0.5\, f_c\, K\, J$) بالرمز R أي أن:

$$R = 0.5\, f_c\, K\, J$$

فان

$$M = R b d^2 \quad \text{.......................................} (16.3)$$

إن R تعتمد على خواص المواد وليس لها علاقة بإبعاد المقطع.

من المعادلة أعلاه نجد قيمة bd^2 ثم نجد الأبعاد وهناك ثلاث احتمالات .

1- الأبعاد غير معلومة نفرض احدها ونجد الثاني فنحصل على أزواج من القيم نختار العملية منها .

2- قد تكون النسبة بين الأبعاد معلومة نعوض ونجد الأخرى.

3- قد يكون احد الأبعاد معلوماً نعوض لإيجاد الأخر.

ثم يتم حساب الحديد من المعادلة

$$A_s = \frac{M}{f_s J d}$$

ثم نكمل التصميم بحساب عدد القضبان ورسم تفاصيل المقطع .

مثال 4.3 :- صمم العتبة المبينة في الشكل (7.3) لتقاوم عزم انحناء ناتج عن حمل خدمي منتشر منتظم مقداره 24 kN /m استخدم $f'c = 25 MPa$ ، $fy = 300 MPa$ $b = 250 mm$

الحل :-

$f_c = 0.45 \times 25 = 11.25 MPa$

$f_s = 140 MPa \quad \text{for} \quad fy = 300 MPa$

$E_c = 4700\sqrt{25} = 23500\ MPa \quad E_s = 200000\ MPa$

$n = E_s / E_c = 8.51$

استخدم n = 9 حيث قيمة تقرب إلى اقرب عدد صحيح .

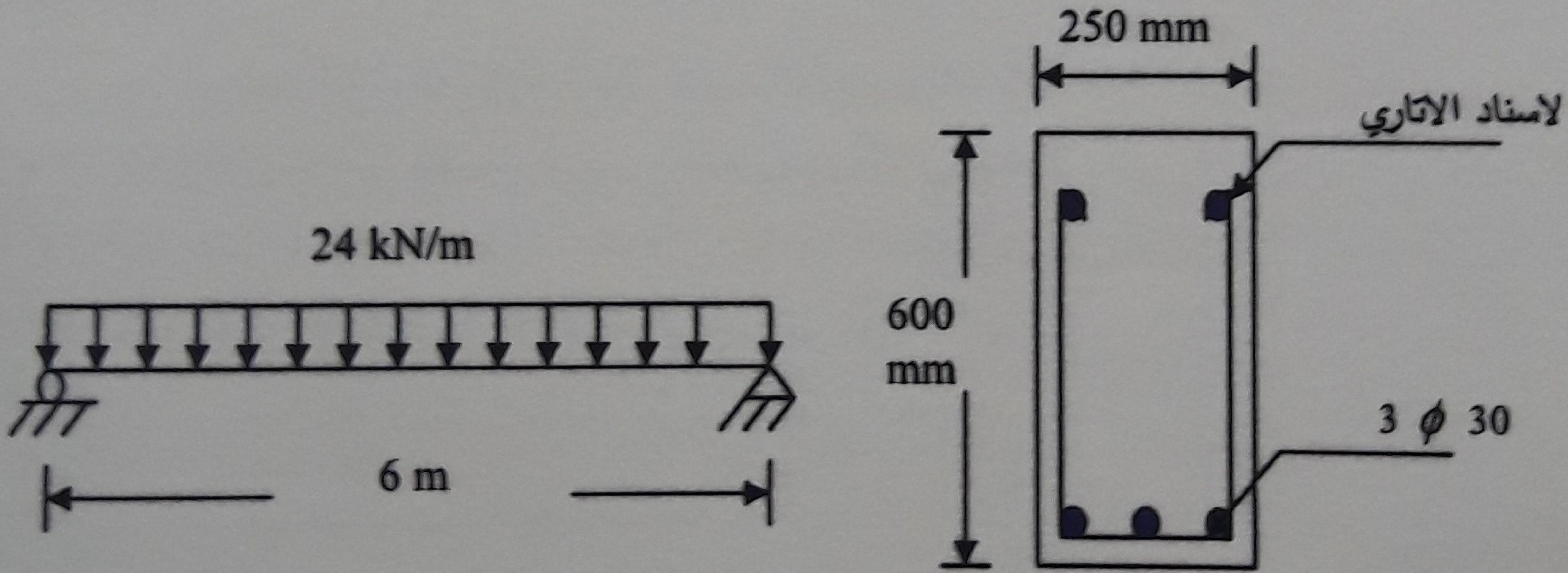
لإيجاد وزن العتبة نفرض أن العمق الكلي = 600 mm عليه فأن:

$W_b = 0.6 \times 0.25 \times 24 = 3.6\ kN/m$

استخدم $W_b = 4\ kN/m$

$$M = \frac{WL^2}{8} = \frac{28 \times 6^2}{8} = 126\ kN.m$$

$$k = \frac{n}{n+r} = \frac{9}{9 + \frac{140}{11.25}} = 0.42 \qquad J = 1 - \frac{k}{3} = 0.86$$



شكل (7.3) تفاصيل العتبة للمثال (4.3)

$$R = 0.5 \times 11.25 \ k J = 2.03$$

$$M = Rbd^2 = 2.03bd^2$$

$$bd^2 = \frac{126 \times 10^6}{2.03} = 62.07 \times 10^6 \quad mm^3$$

$b = 250mm$ $\quad\quad\quad\quad$ $\therefore d = 498mm$ $\quad\quad\quad\quad$ $Jd = 428mm$

$$A_s = \frac{M}{f_s Jd} = \frac{126 \times 10^6}{140 \times 428} = 2102mm^2$$

استخدم قضبان نوع ($\phi 30$) حيث $A_b = 707 \text{ mm}^2$ عليه يكون عدد القضبان مساوياً إلى:

$$n = \frac{2102}{707} = 2.97$$

استخدم قضبان ($3\phi 30$) .

العمق الكلي :

$$h = d + \frac{\phi}{2} + \phi_s + 40$$

$$h = 498 + 15 + 10 + 40 = 563mm$$

استخدم

$$h = 600 \ mm$$

الرموز التي استخدمت لإيجاد h هي:

ϕ = قطر القضيب الرئيسي .

ϕ_s = قطر الاتاري .

وتم استخدام غطاء خرساني صافي= 40 mm

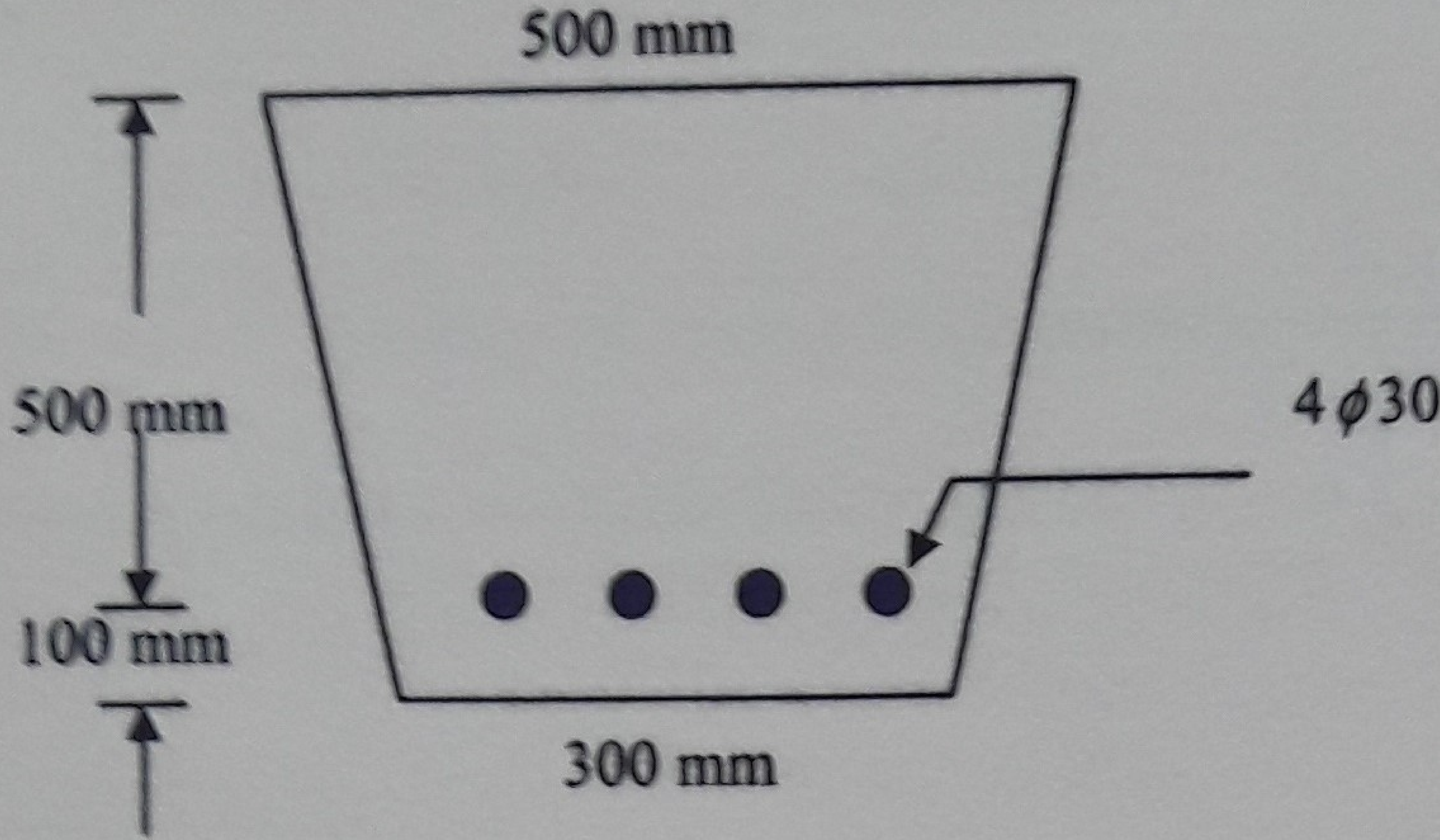
تفاصيل المقطع موضحة على الشكل (7.3) .

لقد تم اعتماد h=600mm حتى تكون من مضاعفات(50mm) لان ألواح القالب الخشبي تكون كذلك.

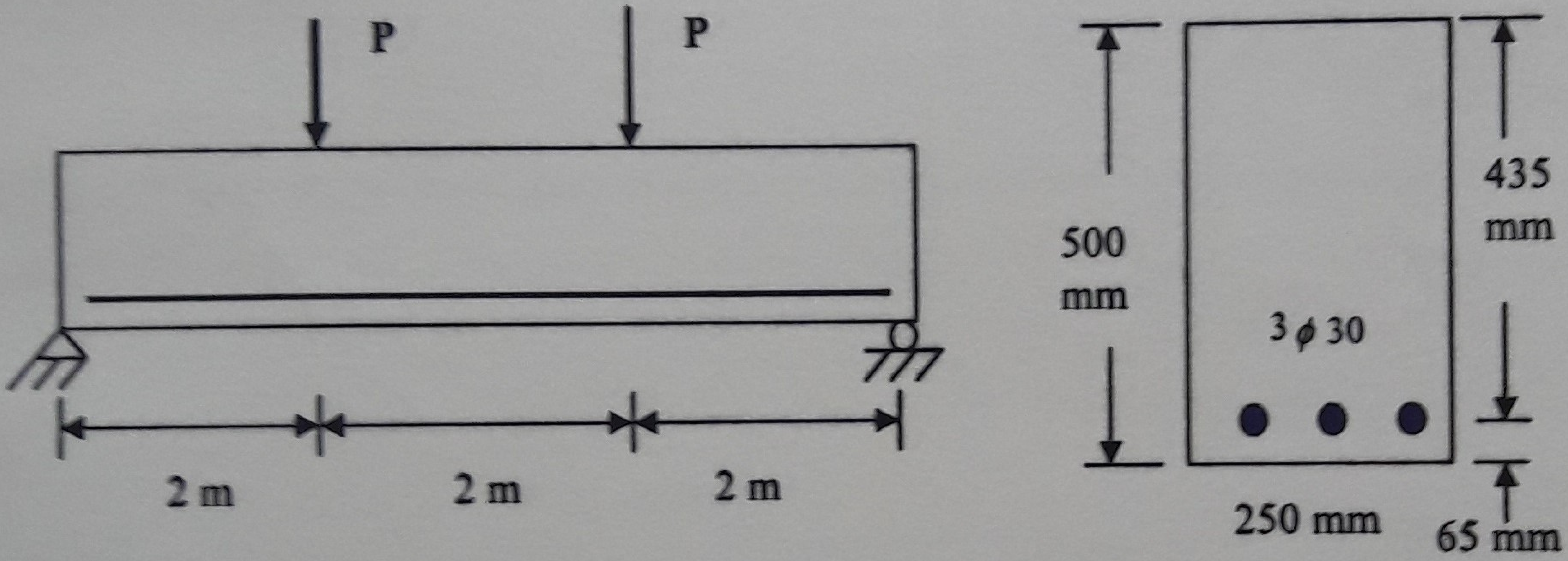
مسائل :-

1.3 جد عزم التشقق للمقطع أدناه إذا كان معامل الكسر يساوي $3.13MPa$

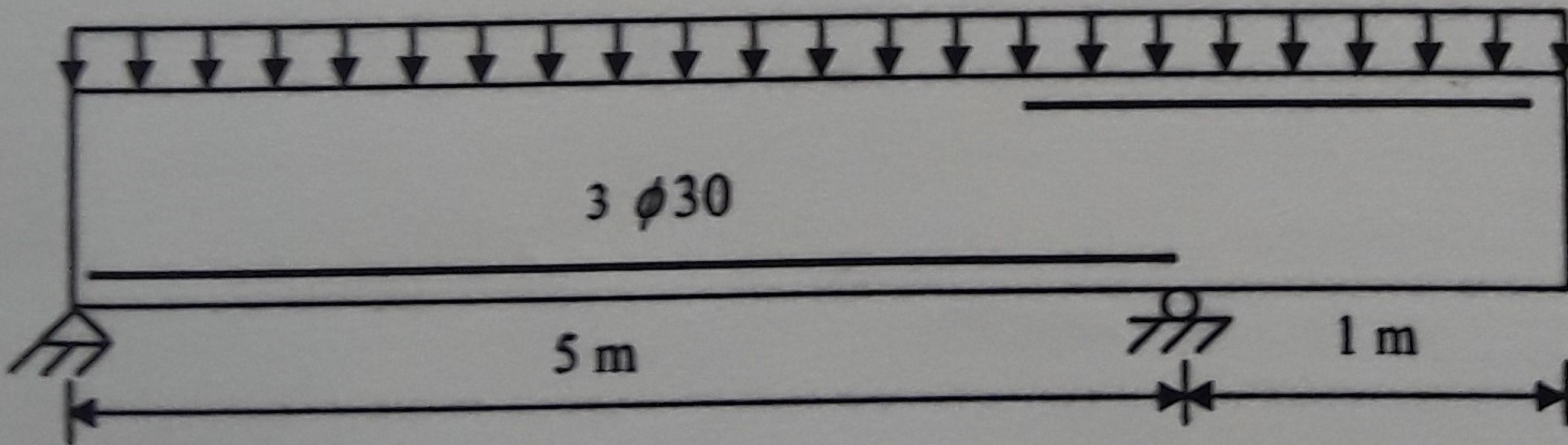
$E_s = 200000\ MPa$ ، $f'c = 20MPa$



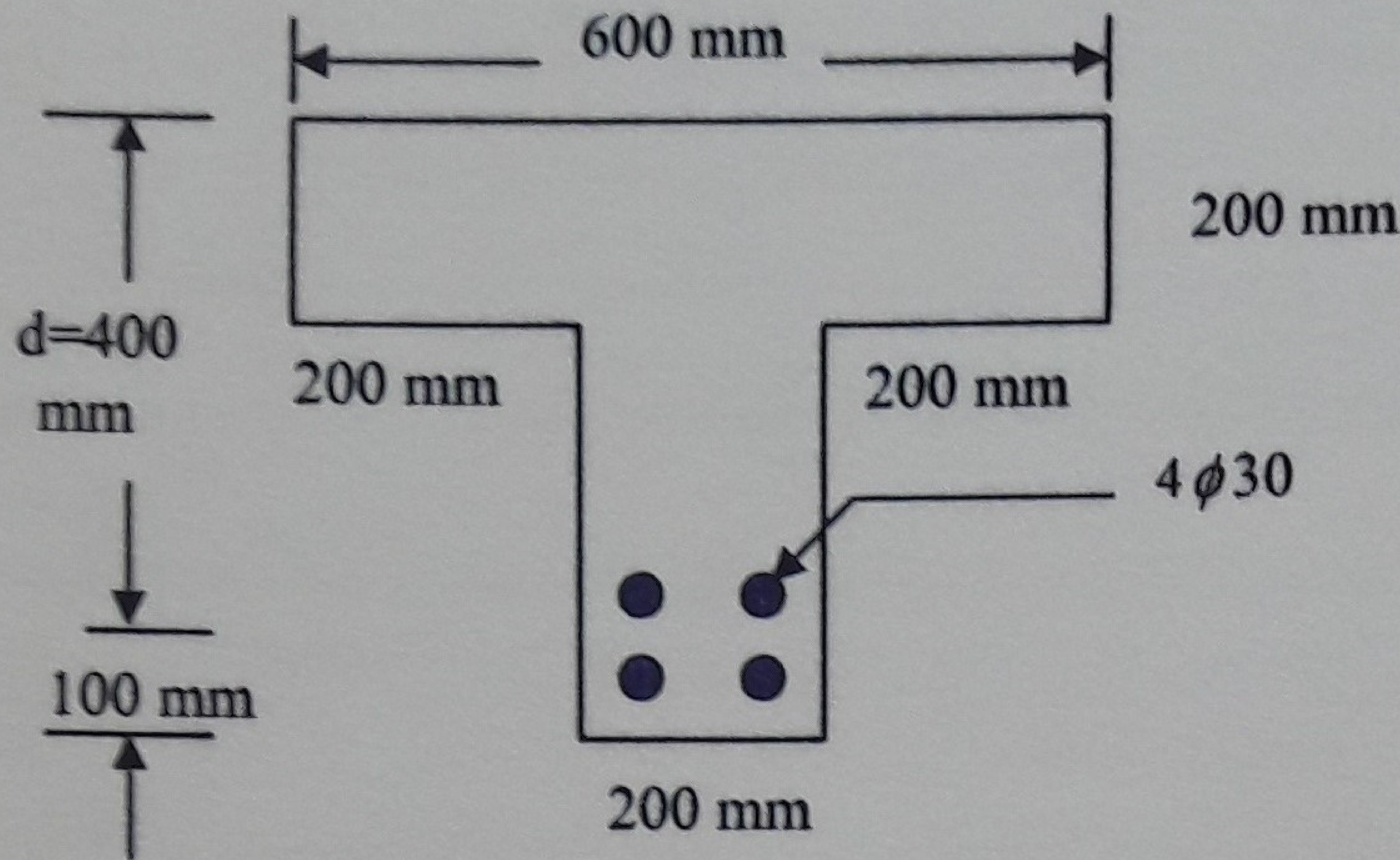
2.3 جد أقصى حمل خدمي مركز (p) يمكن تسليطه على العتبة أدناه بحيث لا يحدث تشقق في العتبة علماً أن $f_r = 4MPa$, $n = 8$



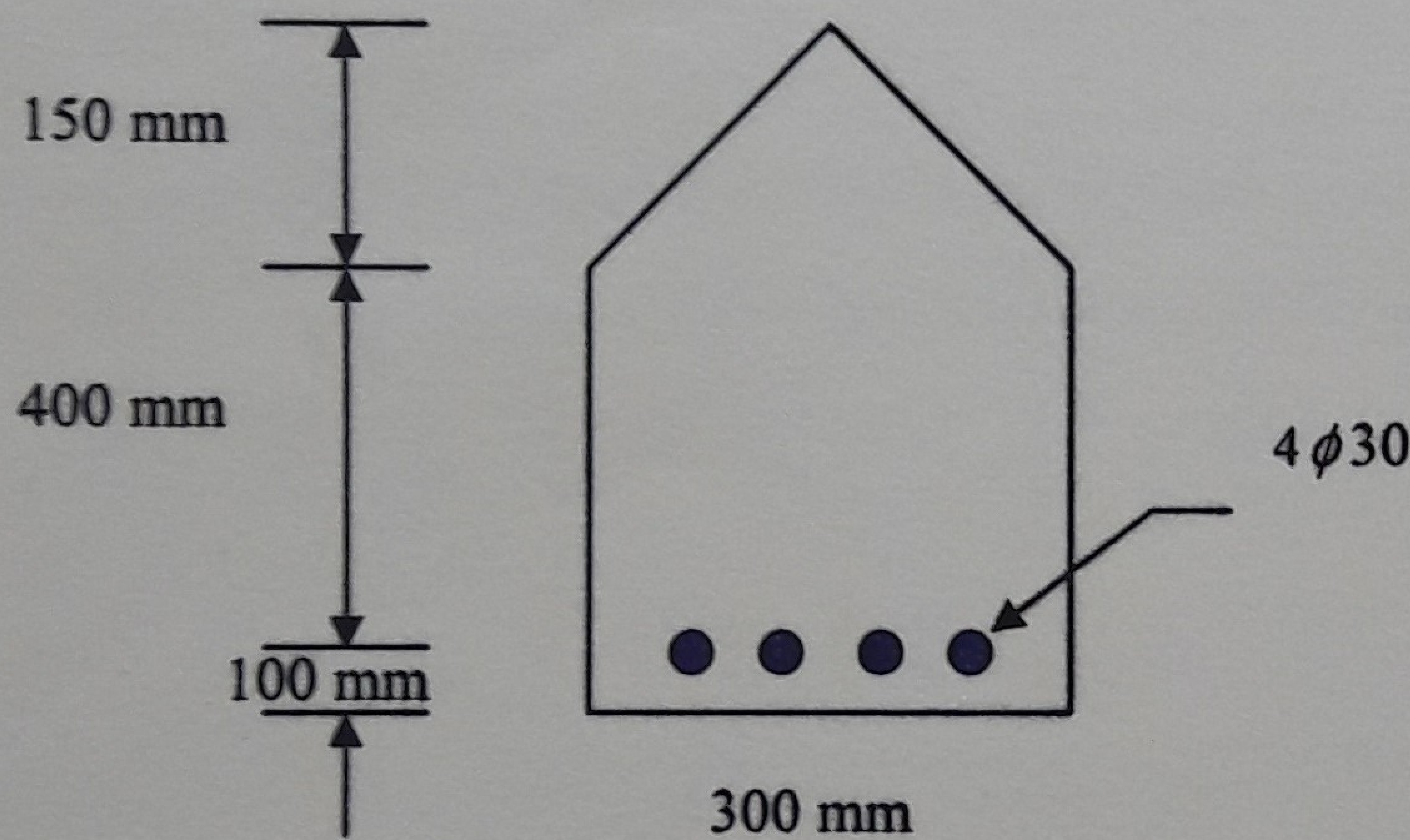
3.3 للعتبة أدناه جد اجهادات الحديد والخرسانة للعزم الموجب الأقصى فقط. استخدم $f_r = 4MPa$, $n = 8$ علماً أن المقطع للعزم الموجب هو نفسه للسؤال (2.3) .



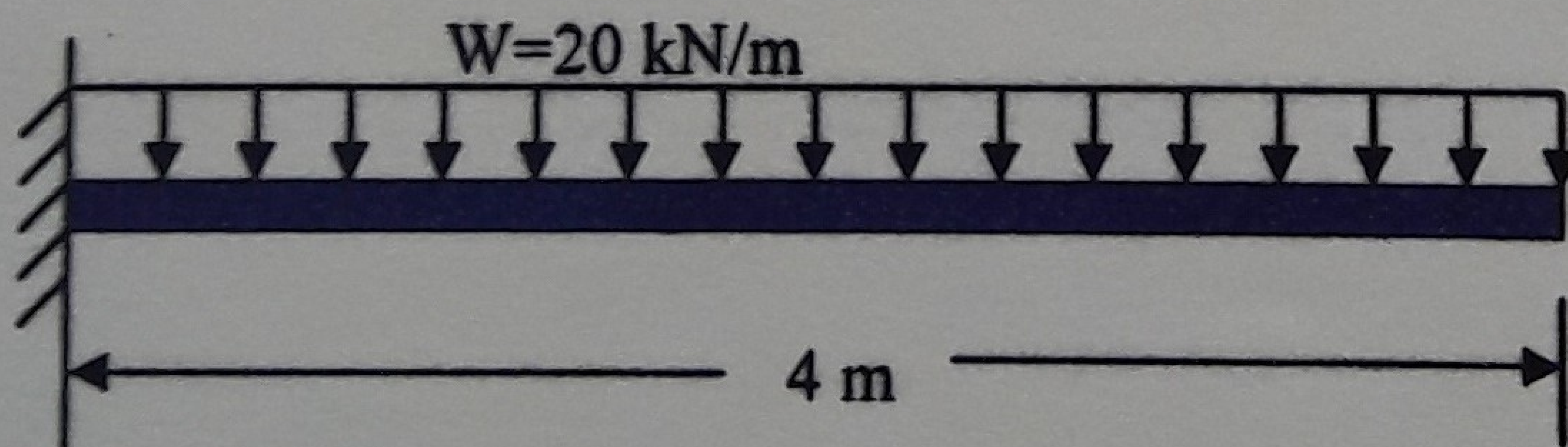
4.3 لمقطع العتبة أدناه احسب اجهادات الحديد والخرسانة إذا كان العزم الخدمي المسلط $M = 100\,kN.m$ ، استخدم $n = 8$, $f_r = 4MPa$.



5.3 جـد اجهـادات الحديـد والخرسـانة للمقطـع أدنـاه إذا كـان العـزم الخـدمي المسـلط $M = 100\,kN.m$ ، $n = 8$, $f_r = 4MPa$



6.3 صمم العتبة أدناه باستخدام طريقة اجهادات التشغيل إذا كان الحمل المنتشر المنتظم يساوي 20 kN/m)، n = 10، عرض المقطع $b = 300mm$ ، والاجهادات المسموح بها $fc = 10MPa$ ، $fs = 140MPa$ أهمل وزن العتبة.



الفصل الرابع

تحليل وتصميم الانحناء للعتبات

Flexural Analysis and Design of Beams

1.4 مقدمة

يتم تحليل وتصميم العتبات الخرسانية المسلحة بطريقتين الأولى طريقة إجهادات التشغيل وقد تمت دراستها في الفصل الثالث والثانية طريقة المقاومة والتي سندرسها في هذا الفصل ولا بد من توضيح الأسس والمبادئ التي تعتمد عليها الطريقة قبل توضيح كيفية استخدامها لتحليل وتصميم العتبات الخرسانية المسلحة.

2.4 طريقة المقاومة Strength Method

في هذه الطريقة تصمم الأعضاء الإنشائية وتحلل على أساس الأحمال القصوى التي يتحملها المنشأ عند الفشل أي عند وصول الاجهادات للخرسانة والحديد إلى قيمها القصوى ونحصل على الأحمال القصوى بضرب الأحمال المتوقع تسليطها طيلة عمر المنشأ بمعاملات تسمى معاملات الأمان (safety factors).

إن تحليل المقاطع بهذه الطريقة يقصد به إيجاد المقاومة القصوى لها عند وصول الاجهادات إلى قيمها القصوى. أما التصميم فيقصد به إيجاد كل أو بعض أبعاد المقطع وكذلك كمية حديد التسليح عند تعرض المنشأ للأحمال القصوى.

يكون توزيع الاجهادات عند الفشل غير خطي. أما توزيع الانفعالات فيبقى خطيا. ولا يعرف بصورة تحليلية مضبوطة شكل توزيع الاجهادات وقد اعتمد التوزيع الذي اقترحه بعض الباحثين من قبل الكود والذي يكون على شكل قطع مكافئ (parabola) وهو يعتمد على عدد كبير من التجارب المختبرية.

هناك مفاهيم مهمة تخص التحليل والتصميم بهذه الطريقة سنعرف أهمها:

أ- الأحمال الخدمية (service loads): وهي الأحمال التي تسلط فعلا على المنشأ مثل الأحمال الحية والميتة وأحمال الريح وغيرها .

ب- الأحمال المعاملة (القصوى) (Factored or ultimate loads) : وهي الأحمال الناتجة عن ضرب الأحمال الخدمية بمعاملات الأمان.

جـ- القوى والعزوم التصميمية (Design forces and moments: وهي القوى والعزوم الناتجة عن الأحمال القصوى مثل عزم الانحناء وقوة القص والقوة المحورية وغيرها ويرمز لعزم

الانحناء التصميمي بالرمز (M_u) ولقوة القص التصميمة بالرمز (V_u) وللقوة المحورية التصميمية بالرمز (P_u) ولعزم اللي التصميمي بالرمز (T_u). وقد تسمى القوى والعزوم المعاملة(Factored Forces and Moments).

هـ- المقاومة المطلوبة(Required strength) : وهي المقاومة التي يجب أن يوفرها المقطع وتساوي القوى والعزوم التصميمية ، فالمقاومة المطلوبة للانحناء فعلا تساوي (Mu) وهكذا بالنسبة لباقي أنواع المقاومة .

و- المقاومة الاسمية (Nominal strength) : مقاومة المقطع المحسوبة على أساس نظرية المقاومة ومتطلبات الكود وهي أقصى مقاومة للمقطع ويفترض من الناحية النظرية أن تساوي المقاومة التي يفشل عندها المقطع ويرمز للمقاومة الاسمية للانحناء بالرمز (M_n) وللقص بالرمز (V_n) وللقوة المحورية بالرمز (P_n) وللي بالرمز (T_n)

ز- المقاومة التصميمية (Design strength : وهي مقاومة المقطع التي يتم اعتمادها في التحليل والتصميم وتساوي حاصل ضرب المقاومة الاسمية بمعامل أقل من واحد يسمى معامل خفض المقاومة ويعود سبب ذلك إلى عدم التأكد من مقاومات المواد والتقريب في التحليل والتصميم وسيتم تحديد قيم معامل خفض المقاومة للأعضاء الإنشائية في الفقرات التالية.

الفرضيات الأساسية للطريقة Basic Assumptions

تعتمد النظرية على الفرضيات الأساسية التالية :

1- القوى الداخلية للمقطع تكون متوازنة مع القوى الخارجية ، وهي حقيقة لأن أي جسم مستقر يجب أن تكون القوى عليه متوازنة كشرط لاستقراره .

2- وجود تماسك تام بين الخرسانة وحديد التسليح.

3- المقاطع المستوية قبل التحميل تبقى مستوية بعد تسليط الأحمال. هذا الافتراض يعنى أن الانفعالات تكون متناسبة مع البعد عن محور الحيود (N.A).

4- إهمال إجهادات الشد التي تتحملها الخرسانة.

5- الطريقة تبنى على أساس العلاقة الفعلية بين الإجهاد والانفعال لمادتي الخرسانة والحديد وليس على التقريب كما هو الحال مع طريقة إجهادات التشغيل.

6- إجهاد الحديد لا يزيد عن مقاومة الخضوع (f_y) لاحظ الشكل (2.1).

3.4 معاملات الأمان Safety Factors :

هناك نوعان من معاملات الامان هي:

1.3.4 معاملات الحمل Load Factors

معاملات تضخيم الاحمال الخدمية تم بحثها في الفصل الثاني(فقرة 5.2). وفي نفس الفقرة تم توضيح تراكيب الاحمال(Load Combinations) أيضا. كما تم اعطاء مثال على تراكيب الاحمال في تلك الفقرة. ومن الضروري استيعاب ذلك لانه مهم جدا في تحديد المقاومة الاسمية التي يجب أن يصمم على أساسها المنشأ.

2.3.4 معاملات خفض المقاومة Strength Reduction Factors

ذكرنا سابقاً أن المقاومة التصميمية يتم الحصول عليها بضرب المقاومة الاسمية بمعامل اقل من واحد. هذا المعامل يسمى معامل خفض المقاومة ويرمز له بالرمز (ϕ) وبذا فان المقاومة التصميمية للانحناء تساوي (ϕM_n) والمقاومة التصميمية للقص تساوي (ϕV_n) والمقاومة التصميمية للحمل المحوري تساوي(ϕP_n)وهكذا بالنسبة لباقي أنواع المقاومة .

تختلف قيمة هذا المعامل باختلاف أنواع المقاومة المطلوبة ونوع الفشل فهو يساوي(جدول الكود ACI table 21.2.1):

1- للأعضاء التي تتعرض لقوة محورية أو عزم انحناء أو الاثنين معا والتي يتحكم فيها فشل الشد (فشل الشد مؤكد):
$\phi = 0.9$............................(1.4)

2- للأعضاء التي تتعرض لقوة محورية أو عزم انحناء أو الاثنين معا والتي يتحكم فيها فشل الانضغاط (فشل الانضغاط مؤكد).

أ- للأعضاء التي يكون تسليحها العرضي حلزوني. $\phi = 0.75$......................(2.4)

ب- لباقي ألاعضاء المسلحة $\phi = 0.65$....................(3.4)

3- للقص واللي $\phi = 0.75$......................(4.4)

وبصورة عامة فان القوى والعزوم التصميمية يجب أن تكون اقل أو تساوي المقاومة التصميمية أي أن :

$$M_u \le \phi M_n \qquad P_u \le \phi P_n \qquad V_u \le \phi V_n$$

وللوصول إلى فهم أوضح لمعامل خفض المقاومة فان المقاومة الاسمية التي يصمم على أساسها المقطع يجب أن تكون اكبر من المقاومة المطلوبة بمقدار يساوي ($\frac{1}{\phi}$) على الأقل أي أن:

$$M_n \ge \frac{M_u}{\phi} \qquad P_n \ge \frac{P_u}{\phi} \qquad V_n \ge \frac{V_u}{\phi}$$

من الضروري هنا أن نوضح مايلي:

1- تأكيد نوع الفشل يعتمد على مقدار انفعالات قضبان التسليح الابعد عن محور الحيود وسنوضح ذلك في الفقرة(7.4).

2- معامل خفض المقاومة للاعضاء التي تتعرض لقوة محورية أو عزم انحناء أو الاثنين معا في حال كان نوع الفشل غير مؤكد يتراوح بين 0.75 و 0.9 للاعضاء التي يكون تسليحها العرضي حلزوني. وبين 0.65 و 0.9 لباقي الاعضاء وسنوضح ذلك في الفقرة(7.4) أيضا.

4.4 توزيع الاجهادات والانفعالات Stress and Strain Distribution

يفترض أن الانفعالات تكون ذات توزيع خطي عند التحليل بهذه الطريقة، هذا وقد أثبتت التجارب انه حتى عند الفشل فان هذا الافتراض يكون صحيح إلى حد ما. أما بالنسبة لتوزيع الاجهادات فانه يكون خطياً لحد $(0.5\, f'_c)$ تقريباً. ثم يصبح بعدها غير خطي.

الشكل الحقيقي للتوزيع غير معروف لحد الآن وذلك لان منحنى الإجهاد- الانفعال للخرسانة يعتمد على عدة عوامل منها مقاومة الخرسانة ، سرعة التحميل ....الخ. وقد تم اعتماد شكل توزيع الاجهادات الموضح في الشكل(1.4) من قبل الكود وهو عبارة عن قطع مكافيء.

ليس المهم في التحليل والتصميم أن نحدد الشكل الدقيق لتوزيع الاجهادات بل المهم هو تحديد :

1- القوة الكلية C للخرسانة.

2- موقع القوة أي بعدها عن آلياف الانضغاط. ويمكن التعبير عن محصلة قوة انضغاط الخرسانة كما يلي:

$$C = f_{av} bc \text{..................................} (5.4)$$

حيث f_{av} = معدل إجهاد انضغاط الخرسانة b = عرض المقطع c = عمق محور الحيود

كما يمكن كتابة محصلة انضغاط الخرسانة بالشكل التالي:

$$C = \alpha\, f'_c bc \text{......................................} (6.4)$$

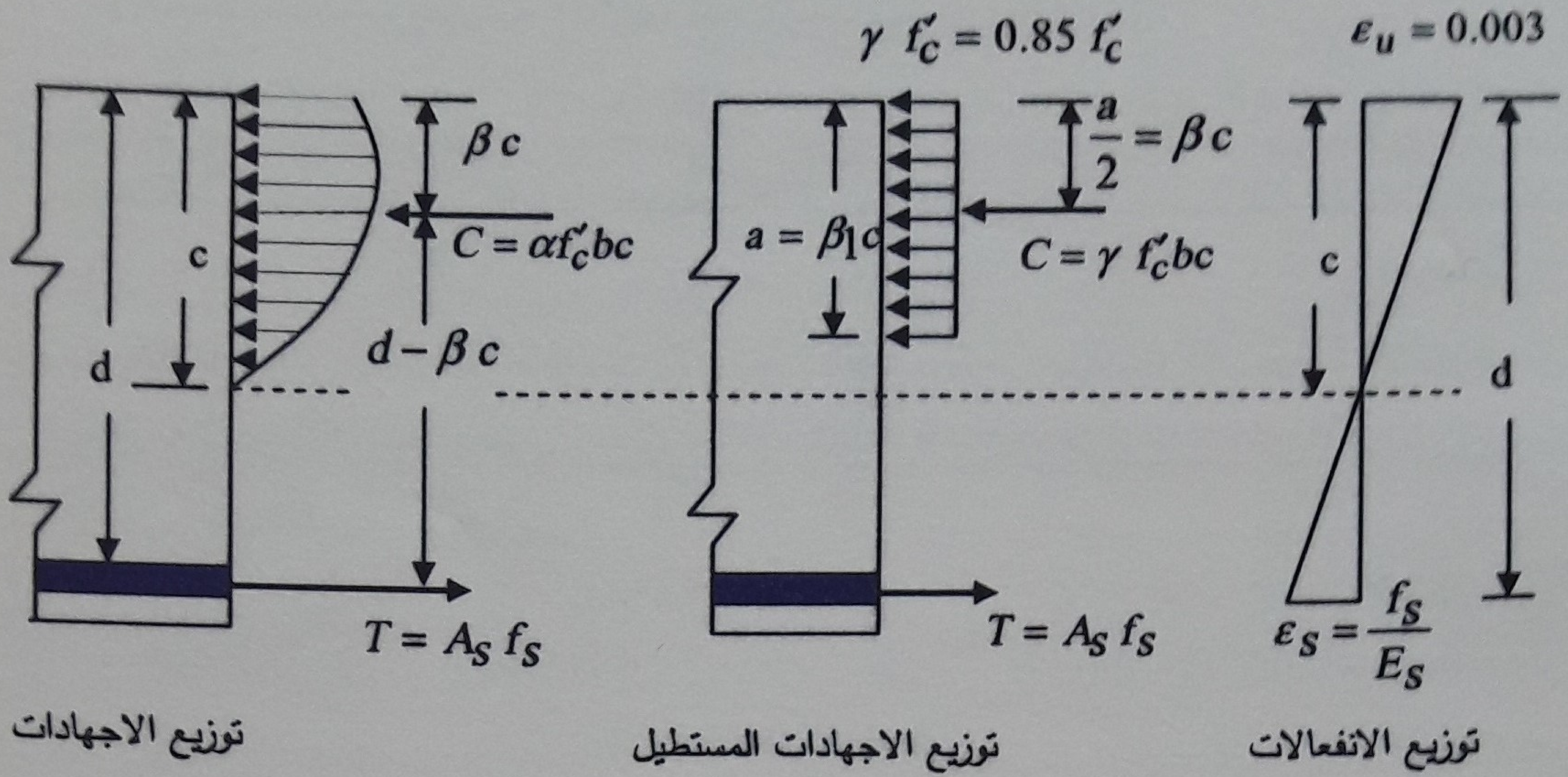
حيث α = النسبة بين معدل إجهاد الخرسانة إلى مقاومة الخرسانة.

إن موقع المحصلة يعبر عنه عادة بالمقدار (βc) حيث β = النسبة بين عمق محصلة الانضغاط الى عمق محور الحيود.

من النتائج المختبرية فان قيم المتغيرين α و β هي كما يلي:

$\alpha = 0.72$ لقيم $f'_c \le 28MPa$ وتنقص بمقدار (0.04) لكل (7MPa) زيادة في مقاومة الخرسانة لحد $f'_c = 55MPa$ ، أما اذا كانت $f'_c > 55MPa$ فان $(\alpha = 0.56)$

$\beta = 0.425$ لقيم $f'_c \le 28MPa$ وتنقص بمقدار (0.025) لكل (7 MPa) زيادة في مقاومة الخرسانة لحد $f'_c = 55MPa$. أما اذا كانت $f'_c > 55MPa$ فان $(\beta = 0.325)$.



شكل (1.4) توزيع الاجهادات والانفعالات للعتبات .

يصبح تحليل بعض المقاطع معقدا عند اعتماد التوزيع أعلاه، عليه يتم تقريب توزيع الإجهادات إلى أشكال منتظمة وقد اعتمد التقريب المستطيل من قبل الكود والذي اقترح أصلا من قبل العالم(Whitney) على شرط أن يكون مقدار قوة الانضغاط نفسه ولها نفس الموقع الموضح في الشكل (1.4).

فلو فرضنا أن عمق منطقة الانضغاط هو (a) فإن:

$$C = \alpha f'_c cb = \gamma f'_c ab \text{.............................} (7.4)$$

ولو عبرنا عن (a) كما يلي :

$$a = \beta_1 c \text{.......................................} (8.4)$$

فإننا يمكن أن نحصل على قيم γ ، β_1 بدلالة α ، β كما يلي:

أ- بما أن موقع المحصلة هو نفسه للحالتين (التوزيع المنحني والمستطيل) فإن:

$$\frac{a}{2} = \beta c \qquad \therefore a = 2\beta c$$

من معادلة (8.4) فان:

$$\beta_1 c = 2\beta c$$

$$\beta_1 = 2\beta \text{.......................................} (9.4)$$

وبالتعويض في المعادلة (7.4) فإن:

$$\alpha f'_c cb = \gamma f'_c \beta_1 cb \qquad \therefore \gamma = \alpha/\beta_1 \text{............} (10.4)$$

من المعادلات أعلاه ومن قيم (α,β) يمكن إيجاد قيم (β_1,γ) وهي:

وهي ثابتة لاتتغير

$$\gamma = \alpha/\beta_1 = 0.85 \quad \text{...(11.4)}$$

أما بالنسبة لقيمة المعامل β_1 فان الكود يحدد قيمته (جدول الكود ACI table 22.2.2.4.3) كما يلي:

$\beta_1 = 0.85$ لقيم $f'c \le 28\,MPa$ وتقل القيمة بمقدار (0.05) لكل زيادة $(7MPa)$ في مقاومة الخرسانة ولحد $f'_c = 55MPa$. فاذا كانت $f'_c > 55MPa$ فان $(\beta1 = 0.65)$. ويمكن التعبير عن ذلك رياضيا كما يلي:

$$\beta_1 = 0.85 \qquad \text{for} \quad f'_c \le 28\,MPa, \text{..................}(a.12.4)$$

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05(f'_c - 28)/7 \qquad \text{for} \quad 28 \le f'_c \le 55\ \ MPa \text{...........}(b.12.4)$$

$$\beta_1 = 0.65 \qquad \text{for} \quad f'_c > 55\,MPa \text{.......................}(c.12.4)$$

5.4 تصنيف العتبات حسب كمية حديد التسليح

تعتمد نظرية المقاومة على أن الفشل في العتبات يحصل إما بخضوع الحديد أي وصوله إلى إجهاد الخضوع (f_y) ويسمى فشل الشد (Tension failure) أو تهشم الخرسانة قبل وصول الحديد إلى إجهاد الخضوع ويسمى فشل الانضغاط (Compression failure) وقد وجد من التجارب أن تهشم الخرسانة يحدث عند انفعال يتراوح ما بين (0.003) و (0.004) وقد تم اعتماد الانفعال الأقصى $(\varepsilon_u = 0.003)$ كقيمة محافظة للانفعال عند تهشم الخرسانة من قبل الكود .

أما عند وصول الخرسانة إلى الانفعال الأقصى في نفس الوقت الذي يصل فيه إجهاد الحديد إلى حد الخضوع فيسمى الفشل بالفشل المتوازن (Balanced Failure).

إن نوع الفشل يعتمد على كمية حديد التسليح عند كون أبعاد المقطع ومقاومة المواد محددة. وتصنف المقاطع حسب نسبة الحديد إلى:

1.5.4 العتبات متوازنة التسليح Balanced Reinforced Beams

في هذه العتبات يحدث الفشل بخضوع الحديد $(f_s = f_y)$ وتهشم الخرسانة $(\varepsilon_c = \varepsilon_u)$ في آن واحد . ويمكن اشتقاق معادلة لتحديد نسبة الحديد التي تؤدي إلى كون المقطع متوازنا للعتبات مستطيلة المقطع ويطلق عليها نسبة التوازن(ρ_b) وتؤخذ نسبة إلى المقطع الفعال (bd .

من توازن القوى(شكل 1.4):

$$A_s\ f_y = 0.85\ f'_c\,a\,b = 0.85\beta_1\,c\ f'_c\,b$$

$$\rho\,b\,d\ fy = 0.85\beta_1\ f'_c c b \text{...}(13.4)$$

$$\therefore \rho = \frac{0.85\beta_1\,c\ f'_c}{f_y\ d} \text{...}(14.4)$$

ومن توافق الانفعالات (شكل 1.4) وعند أخذ ($\varepsilon_u = 0.003$) كشرط لازم لتشهم الخرسانة فإن:

$$\frac{c_b}{d} = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_y}$$

$$c_b = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \frac{fy}{E_s}} d \qquad E_s = 200000 MPa \qquad \varepsilon_u = 0.003$$

$$c_b = \frac{600}{600 + f_y} d \qquad (15.4)$$

وبالتعويض في معادلة (14.4) فإن نسبة التوازن ρ_b تساوي :

$$\rho_b = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{600}{600 + f_y} \qquad (16.4)$$

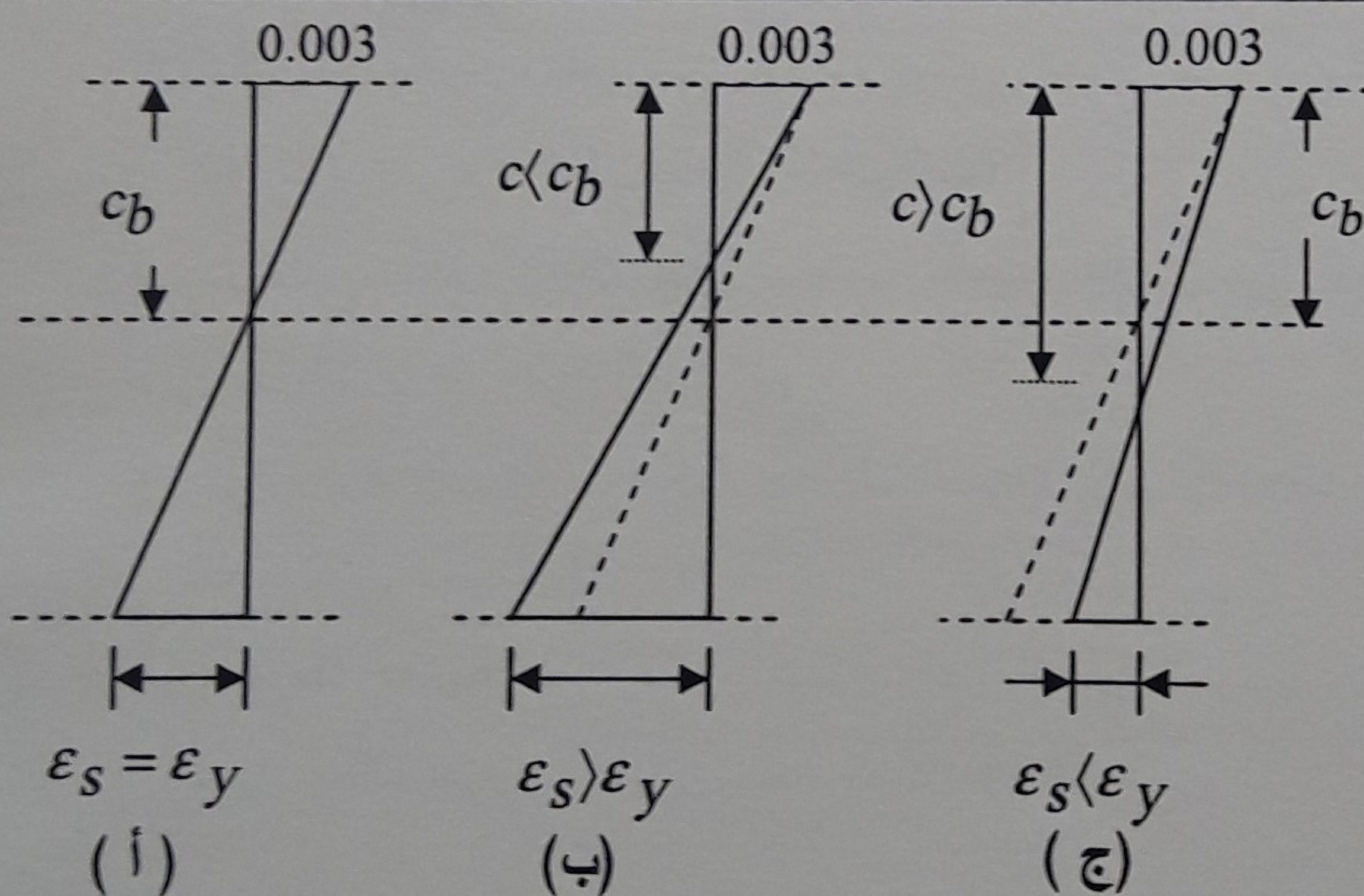
إن توزيع الانفعالات لفشل التوازن موضح في الشكل (2.4.أ)

2.5.4 العتبات ناقصة التسليح Under Reinforced Beams

وهي العتبات التي تكون فيها نسبة الحديد أقل من تلك التي تسبب الفشل المتوازن أي أن:

$\rho = A_s/(b\,d) \langle \rho_b$ وهنا يكون $c \langle c_b$ ، $\varepsilon_s \rangle \varepsilon_y$.

يحدث الفشل عند وصول الحديد إلى (f_y) أولاً حيث يحدث هطول في العتبة يتبعه تحول في موقع محور الحيود وزيادة في انفعالات الخرسانة إلى أن تصل إلى(0.003) فتتهشم ويسمى الفشل في هذه الحالة فشل الشد .توزيع الانفعالات له موضحة في الشكل(2.4.ب).



شكل (2.4)
توزيع الانفعالات لأنواع العتبات الثلاث
أ-عتبة متوازنة التسليح
ب- عتبة ناقصة التسليح
ج- عتبة فائضة التسليح

3.5.4 العتبات فائضة التسليح Over Reinforced Beams

وهي العتبات التي تكون فيها نسبة التسليح اكبر من النسبة التي تسبب فشل التوازن أي أن $\rho = \frac{As}{bd} \rangle \rho_b$ وهنا يكون $c \rangle c_b$ ، $\varepsilon_s \langle \varepsilon_y$.

ويحدث الفشل بتهشم الخرسانة أي وصولها إلى انفعالات $(\varepsilon_u = 0.003)$ قبل وصول الحديد إلى إجهاد الخضوع (f_y). ويسمى الفشل فشل الانضغاط (Compression failure) .

إن هذا النوع من الفشل يكون فجائيا وبدون تحذير عكس فشل الشد عليه فإن المدونات (codes) لاتسمح بهذا النوع من الفشل وذلك بتصميم العتبة ناقصة التسليح كما سنوضح لاحقا.

انفعالات هذا النوع من العتبات موضحة على الشكل (2.4 جـ) .

ملاحظة1:

يمكن تحديد نوع الفشل في العتبات بطريقتين:

أ- **الطريقة الخاصة:** وهي تخص العتبات المستطيلة وتكون بحساب نسبة حديد التسليح $\rho = As/(bd)$ ومقارنتها مع ρ_b المعرفة في المعادلة (16.4) فاذا كانت:

1- $\rho \le \rho_b$ فان الفشل يكون بخضوع الحديد قبل وصول الخرسانة الى الانفعال الاقصى (فشل شد أو فشل توازن).

2- $\rho > \rho_b$ فان الفشل يكون بوصول الخرسانة الى الانفعال الاقصى وتهشمها قبل خضوع الحديد(فشل انضغاط).

ب- **الطريقة العامة:** وهي تخص كل أنواع العتبات ولا نحتاج فيها الى حساب ρ أو ρ_b وتنقسم الى طريقتين:

أولا: طريقة مقارنة الانفعالات: هنا يتم حساب انفعال حديد التسليح ε_s وانفعال خضوع الحديد $\varepsilon_y = f_y / E_s$ فاذا كان(لاحظ الشكل 2.4):

1- $\varepsilon_s \ge \varepsilon_y$ فان الفشل يكون بخضوع الحديد قبل وصول الخرسانة الى الانفعال الاقصى (فشل شد أو فشل توازن).

2- $\varepsilon_s < \varepsilon_y$ فان الفشل يكون بوصول الخرسانة الى الانفعال الاقصى وتهشمها قبل خضوع الحديد(فشل انضغاط).

ثانيا: طريقة مقارنة عمق محور الحيود: هنا يتم حساب عمق محور الحيود c وعمق محور الحيود لحالة التوازن فاذا كان(لاحظ الشكل 2.4):

1- $c \le c_b$ فان الفشل يكون بخضوع الحديد قبل وصول الخرسانة الى الانفعال الاقصى (فشل شد أو فشل متوازن).

2- $c > c_b$ فان الفشل يكون بوصول الخرسانة الى الانفعال الاقصى وتهشمها قبل خضوع الحديد(فشل انضغاط).

6.4 الاعتبارات العملية في تصميم العتبات Practical Considerations

من الاعتبارات العملية في تصميم العتبات ما يلي:

تقدير وزن العتبة : إذا كانت الأبعاد للعتبة قد فرضت لأجل التحليل يتم اعتمادها لحساب الوزن الذاتي للعتبة. أما إذا لم تكن الأبعاد مفروضة فيتم فرضها اعتمادا على الخبرة وحساب الوزن وتدقق الفرضية بعد الحصول على نتائج التصميم.

أذا كان العضو الانشائي لايحمل أو يتصل بعناصر غير انشائية يمكن أن تتلف بالانحرافات الكبيرة (كالقواطع مثلا). فيمكن عندئذ تحديد العمق الكلي الادنى للمقطع من حاصل قسمة فضاء العضو على ثابت محدد وسيتم بحث ذلك في الفصل السابع من هذا الكتاب وعندئذ يتم اعتماد عمق كلي مساوي أو أكبر من العمق الادنى.

النسبة بين أبعاد العتبة : مالم تكن هناك متطلبات معمارية أو غيرها فإن النسبة المفضلة اقتصاديا بين العمق الفعال إلى العرض هي من (1.5) إلى (3).

الغطاء الخرساني (Concrete Cover) : يجب توفير غطاء من الخرسانة بسمك معين للحديد لحمايته من الظروف المحيطة والحريق ولتوفير تماسك بين الخرسانة والحديد وحسب الكود (جدول ACI table 20.6.1.3.1) فإن الحدود الدنيا لسمك الغطاء هي :

أ- سمك الغطاء للخرسانة التي تصب على الأرض مباشرة يجب أن لا يقل عن (75mm).

ب- عندما تكون الخرسانة معرضة للجو أو للتربة فان سمك الغطاء يجب ان لايقل عن(50mm) ماعدا حالة كون القضبان ذات قطر (16mm) فأقل فان سمك الغطاء لهذه الحالة يجب ان لايقل عن (40mm).

ج- عندما تكون الخرسانة غير معرضة للجو أو للتربة فان سمك الغطاء الادنى للبلاطات والاضلاع والجدران يجب أن لا يقل (20mm) عندما تكون قضبان التسليح بقطر(36mm) فأقل أما اذا كانت قضبان التسليح ذات قطر أكبر من ذلك فان سمك الغطاء الادنى يساوي(40mm).

د - عندما تكون الخرسانة غير معرضة للجو أو للتربة فان سمك الغطاء الادنى للعتبات والاعمدة يجب أن لا يقل (40mm).

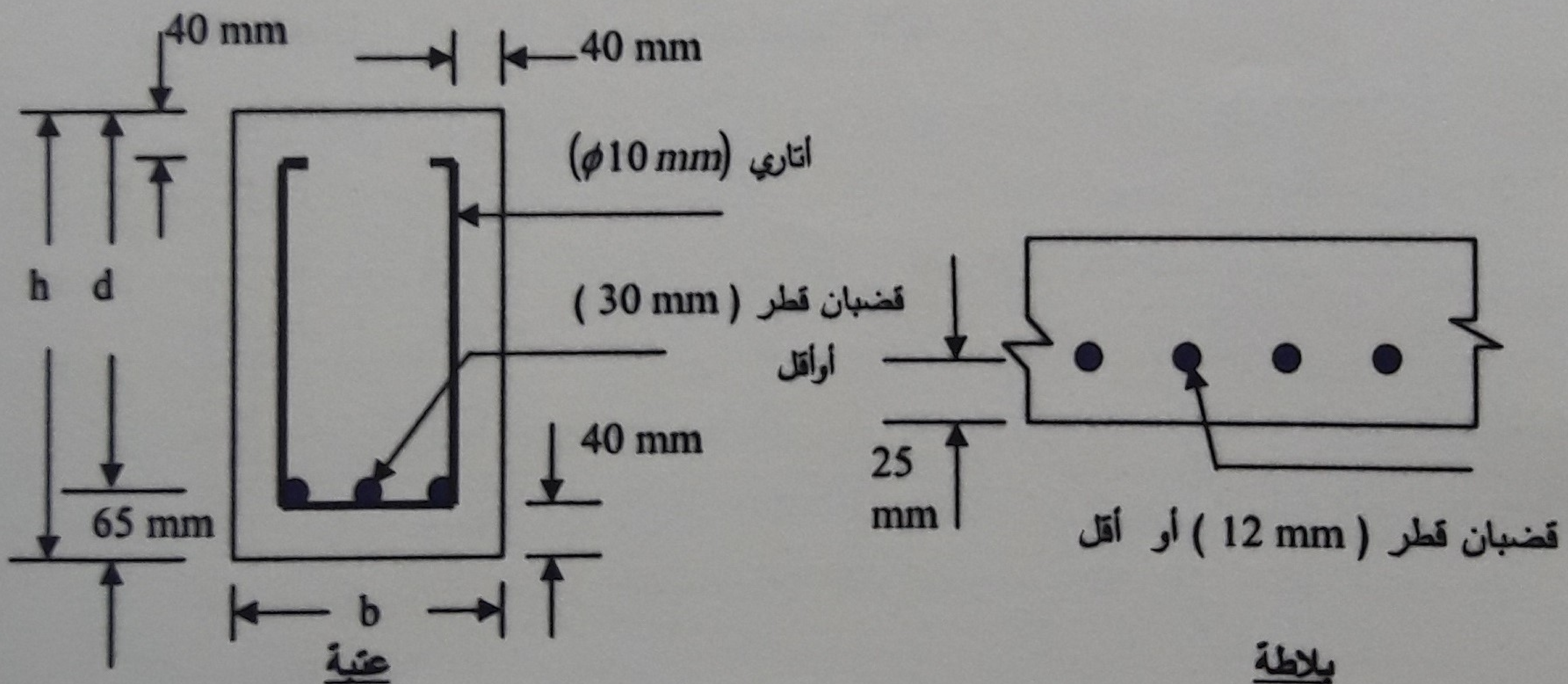
وتجدر الاشارة هنا الى أن الغطاء الخرساني يقصد به المسافة من وجه قضبان تسليح الانحناء (في حال عدم وجود تسليح قص كما في حالة البلاطات والاسس) أو من وجه قضبان التسليح العرضي (الاتاري والاطواق) الى أقرب وجه خرساني.

وعموما نحتاج إلى مسافة تتراوح بين (65mm) إلى (75mm) من مركز الحديد إلى وجه الخرسانة بالنسبة للعتبات والأعمدة لأجل توفير الغطاء الخرساني أعلاه. أما بالنسبة للبلاطات (slabs) فنحتاج إلى مسافة بحدود (25mm) من مركز الحديد الى وجه الخرسانة حيث أن البلاطات تكون عادة غير معرضة للجو أو للتربة.

إن الفرق بين العمق الكلي (h) والعمق الفعال (d) الموضح في الشكل(3.4) يمكن استخدامه للأغراض التصميمية لأتاري بقطر ($\phi 10mm$) وحديد رئيسي بقطر ($\phi 30\ mm$) أو أقل بالنسبة للعتبات. أما بالنسبة للبلاطات فيمكن استخدامه للحديد ذو قطر ($\phi 12\ mm$) أو أقل. أما إذا كان القطر أكبر من القيم أعلاه فيمكن حساب الفرق حيث أن الفرق بالنسبة للعتبات يساوي نصف قطر الحديد الرئيسي مضاف إليه قطر الأترية مضاف إليه سمك الغطاء(40mm) وبالنسبة للبلاطات فإن الفرق يساوي نصف قطر الحديد مضاف إليه سمك الغطاء (20mm).

إن الشكل (3.4) يمثل الحالات العملية حيث يندر استخدام أقطار حديد أكبر من ($\phi 30$) للعتبات أو أكبر من ($\phi 12$) للبلاطات.

من الشكل فإن العمق الفعال (d) للعتبات: $d = h - 65\ (mm)$



شكل (3.4) متطلبات الغطاء الخرساني للعتبات والبلاطات .

أما عند وضع الحديد بطبقتين فان الفرق بين العمق الكلي والفعال للعتبات ولأنواع الحديد أعلاه يكون بحدود (100mm) أي أن:

$$d = h - 100\ (mm)$$

وبالنسب للبلاطات فان:

$$d = h - 25\ (mm)$$

<u>البعد الأدنى بين قضبان التسليح</u> : لضمان تغلغل الخرسانة بين القضبان فإن الكود (ACI 25.2.1) يحدد المسافة الصافية بين القضبان بحيث لا تقل عن (25mm) أو قطر قضبان التسليح أو $\left(\frac{4}{3}\right)$ المقاس الأقصى للركام ويمكن كتابة التحديدات أعلاه كما يلي :

s- المسافة الصافية بين القضبان

ϕ_b - قطر القضيب

$$s \geq \begin{cases} 25\,mm \\ \phi_b \\ \frac{4}{3} \times \text{المقاس الأقصى للركام} \end{cases}$$

وعند استخدام طبقات من حديد التسليح فإن المسافة الصافية بين الطبقات يجب أن لاتقل عن (25mm) ويجب وضع الطبقات بحيث تكون القضبان العليا مباشرة فوق السفلى.

بالنسبة للأعمدة فإن الكود(ACI 25.2.1) يحدد المسافة الصافية بين القضبان بحيث لا تقل عن (40mm) أو مرة ونصف بقدر قطر القضيب أو $\left(\frac{4}{3}\right)$ المقاس الأقصى للركام ويمكن كتابة التحديدات أعلاه كما يلي :

$$S \geq \begin{cases} 40\,mm \\ 1.5\phi_b \\ \frac{4}{3} \times \text{المقاس الأقصى للركام} \end{cases}$$

وفي حال احتشاد الحديد فإن القضبان يمكن أن توضع على شكل حزم (bundle) على أن لا تزيد عدد القضبان لكل حزمة عن أربعة ولا يزيد عدد القضبان داخل الحزمة لكل مستوي عن اثنين.

ولحساب المسافة بين القضبان يمكن أن نطبق القاعدة التالية:

$$S = (b - 2(40 + \phi_s) - n\phi_b) / (n-1)$$

n = عدد القضبان. ϕ_s= قطر الأتاري . ϕ_b= قطر الحديد الرئيسي . b = عرض المقطع

7.4 متطلبات الكود للعتبات ناقصة التسليح ACI code Provisions

هناك ثلاث متطلبات رئيسية هي:

أولا :- الحد الأعلى لنسبة الحديد Maximum Steel Ratio

بينا في الفقرة (5.4) إن فشل العتبات يكون على ثلاث أنواع هي فشل الشد وفشل الانضغاط وفشل التوازن.

يحدث فشل الشد عند وصول الحديد إلى إجهاد الخضوع (f_y) قبل وصول الخرسانة إلى الانفعال الأقصى(0.003) ويكون تدريجيا ويعطي تحذيرات واضحة بسبب هطول العتبة وتوسع الشقوق وبذلك يمكن اتخاذ الاحتياطات اللازمة قبل وقوعه. أما فشل الانضغاط فيحدث عندما تصل انفعالات الخرسانة إلى(0.003) قبل وصول اجهادات الحديد إلى (f_y) ويكون بتهشم الخرسانة ويحدث بصورة فجائية.

لقد تم اشتقاق نسبة التوازن (ρ_b) للعتبات مستطيلة المقطع(معادلة 16.4) وهي تمثل الحد الفاصل بين فشل الشد والانضغاط حيث يحدث فشل الشد عندما تكون (ρ) أقل من (ρ_b) بينما يحدث فشل الانضغاط عندما (ρ) أكبر من (ρ_b) ، ولأن فشل الشد يكون أفضل من فشل الانضغاط للأسباب أعلاه فإننا يجب أن نصمم العتبة بحيث تكون (ρ) أقل من (ρ_b).

إن كون ρ مقاربة إلى ρ_b قد لا يضمن فشل الشد للأسباب التالية :

1- ان كون النسبتين متقاربتين قد لا يؤدي إلى حصول هطول واضح في العتبة قبل الفشل ، أي أن التحذير يكون غير واضح .

2- خواص المواد قد لا يتم الحصول عليها عمليا بصورة دقيقة وبالتالي فإن احتمال نقصان f'_c أو زيادة f_y يؤدي إلى نقصان ρ_b الفعلية عن المحسوبة نظريا مما يؤدي إلى فشل الانضغاط.

3- اختيار القضبان بحيث يكون العدد صحيحا قد يؤدي إلى أن الحديد المستخدم فعليا يكون أكثر من المحسوب نظريا وبالتالي تكون (ρ) أكبر من (ρ_b) مما يؤدي إلى فشل الانضغاط .

هناك تناسب عكسي بين انفعال الحديد (ε_s) ونسبة حديد التسليح. فعندما تقل نسبة الحديد لمقطع معين فأن عمق منطقة الانضغاط(a) وبالتالي عمق محور الحيود(c) يصبح أقل وهذا يؤدي الى زيادة انفعال الحديد ، لاحظ الشكل (2.4). واعتمادا على هذه الحقيقة فان هناك طريقتان لوضع حد أعلى لنسبة الحديد وبالتالي ضمان فشل الشد:

الاولى: الطريقة المباشرة :- وتكون باعتماد نسبة حديد عليا أقل من (ρ_b) وهي المتبعة في نسخ الكود الصادرة قبل الكود(ACI 318-02). حيث تحدد النسبة العليا بمقدار (75%) من (ρ_b) أي أن:

$$\rho_{max} = 0.75\,\rho_b \quad \text{..(17.4)}$$

الثانية : الطريقة غير المباشرة :- وتكون بوضع حد أدنى لانفعال الحديد ذو البعد الاقصى عن ألياف الانضغاط ويرمز لهذا الانفعال بالرمز (ε_t). أما البعد الاقصى فيرمز له (d_t) وهي الطريقة المتبعة من قبل الكودات من (ACI318-02) ولحد الان. ورجوعا الى الشكل (2.4) فان:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_u \frac{d_t - c}{c} \quad \text{..(18.4)}$$

اذا كان الحديد بطبقة واحدة فان ($d_t = d$) أما اذا كان الحديد بأكثر من طبقة واحدة فان ($d_t \rangle d$) ويمكن بصورة تقريبية اعتبار أن ($d_t = d$) لهذه الحالة.

ولضمان فشل الشد فان الكود (ACI 9.3.3) يقرر مايلي :-

للأعضاء التي يسلط عليها حمل محوري تصميمي اقل من ($0.1\, f_c' A_g$) حيث (A_g) هي المساحة الكلية للمقطع فان الانفعال للحديد ذو البعد الاقصى (ε_t) يجب أن لايقل عن (0.004) أي أن: $\varepsilon_t \geq 0.004$

ويمكن اشتقاق نسبة الحديد القصوى (ρ_{max}) والتي تسبب انفعال مقداره (0.004) بنفس طريقة اشتقاق (ρ_b) وكما يلي:

$$\rho = \frac{0.85 \beta_1 c\, f_c'}{f_y\, d} \quad \text{..(19.4)}$$

من الشكل (2.4) واستبدال (ε_s) بالرمز (ε_t) فان:

$$c = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_t} d$$

وبالتعويض عن (c) في المعادلة (19.4) فان:

$$\rho = 0.85 \beta_1 \frac{f_c'}{f_y} \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_t}$$

وبأخذ الحد الادنى للانفعال ($\varepsilon_t = 0.004$) فان:

$$\rho_{max} = 0.85 \beta_1 \frac{f_c'}{f_y} \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + 0.004} \quad \text{..}(a.20.4)$$

اذا كانت $f_c' \leq 28MPa$ فان $\beta 1 = 0.85$ وبالتعويض عن $\varepsilon_u = 0.003$ فان :

$$\rho_{max} = 0.31 \frac{f_c'}{f_y} \quad \ldots\ldots (b.20.4)$$

أما عندما تكون $f_c' > 28MPa$ وبالتعويض عن $\varepsilon_u = 0.003$ فان :

$$\rho_{max} = 0.364 \beta_1 \frac{f_c'}{f_y} \quad \ldots\ldots (c.20.4)$$

النسبة القصوى أعلاه تكون مضبوطة لحالة الحديد بطبقة واحدة ومحافظة قليلا لحالة الحديد بأكثر من طبقة.

ولاجل المقارنة فان انفعال الحديد $(\varepsilon_s = f_s / E_y)$ عند الفشل المتوازن $(f_s = f_y)$ لحالات مختلفة من قيم (f_y) هو:

$$\varepsilon_s = \begin{cases} 0.0021 & for \quad f_y = 420\ MPa \\ 0.00175 & for \quad f_y = 350\ MPa \\ 0.0015 & for \quad f_y = 300\ MPa \end{cases}$$

يلاحظ من القيم أعلاه أن الانفعال الادنى $(\varepsilon_t = 0.004)$ يساوي أو أكبر من ضعف (ε_y) وذلك يؤكد حرص الكود على تحقيق فشل الشد للعتبات .

ثانيا :- تحديد معامل خفض المقاومة

معامل خفض المقاومة يعتمد على نوع الفشل. ففي الاعضاء التي يتحكم فيها فشل الشد يساوي (0.9). وللاعضاء التي يتحكم فيها فشل الانضغاط يساوي (0.75) لحالة التسليح العرضي الحلزوني و(0.65) لباقي حالات التسليح .

أن نوع الفشل يتحدد من قيمة انفعالات الحديد والكود يقرر(جدول الكود ACI table 21.2.2) مايلي:

أ- للاعضاء التي يتحكم فيها فشل الشد Tension controlled members :

وهي الاعضاء التي يكون فيها انفعال الحديد (ε_t) أكبر أو يساوي (0.005) وعندئذ يكون معامل خفض المقاومة مساويا الى (0.9). ويمكن اشتقاق نسبة الحديد التي تسبب انفعال مساوي الى (0.005) بنفس طريقة اشتقاق (ρ_{max}) أعلاه وسنرمز لها (ρ_t) وهي تساوي :

$$\rho_t = 0.85 \beta_1 \frac{f_c'}{f_y} \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + 0.005} \quad \ldots\ldots (a.21.4)$$

اذا كانت $f'_c \leq 28MPa$ فان $\beta1 = 0.85$ وبالتعويض عن $\varepsilon_u = 0.003$ فان :

$$\rho_t = 0.271 \frac{f'_c}{f_y} \quad \text{.......................................}(b.21.4)$$

أما عندما تكون $f'_c > 28MPa$ وبالتعويض عن $\varepsilon_u = 0.003$ فان :

$$\rho_t = 0.319 \beta1 \frac{f'_c}{f_y} \quad \text{.......................................}(c.21.4)$$

<u>ب- للاعضاء التي يتحكم فيها فشل الانضغاط Compression controlled members :</u>

وهي الاعضاء التي يكون فيها انفعال الحديد (ε_t) أقل أويساوي (ε_{ty}). حيث أن الانفعال ε_{ty} يقصد به انفعال الخضوع للحديد ذو البعد الاقصى عن وجه الانضغاط، أي الانفعال عند وصول الحديد الى اجهاد الخضوع f_y ، وهو يساوي (f_y / Es). في هذه الحالة يكون معامل خفض المقاومة مساويا الى(0.65) ويمكن اعتماد القيمة (0.75) اذا كان العضو ذو تسليح عرضي حلزوني.

عندما يكون اجهاد خضوع الحديد مساويا الى (420 MPa) فان الكود يسمح باعتماد قيم انفعال الخضوع مساوية الى(0.002) أي أن ($\varepsilon_{ty} = 0.002$).

<u>ج- الحالة الانتقالية:</u> وهي التي يكون فيها اجهاد الحديد أكبر من(ε_{ty}) وأقل من(0.005). أي أن($\varepsilon_{ty} < \varepsilon_t < 0.005$)، وهنا تكون العلاقة بين معامل خفض المقاومة والانفعال خطية حيث يسمح الكود بزيادة قيمة(ϕ) خطيا من (0.65) أو (0.75) الى (0.9). ان العلاقة بين (ϕ) و (ε_t) موضحة على الشكل (4.4) . وللمرحلة الانتقالية فان (ϕ) تساوي:

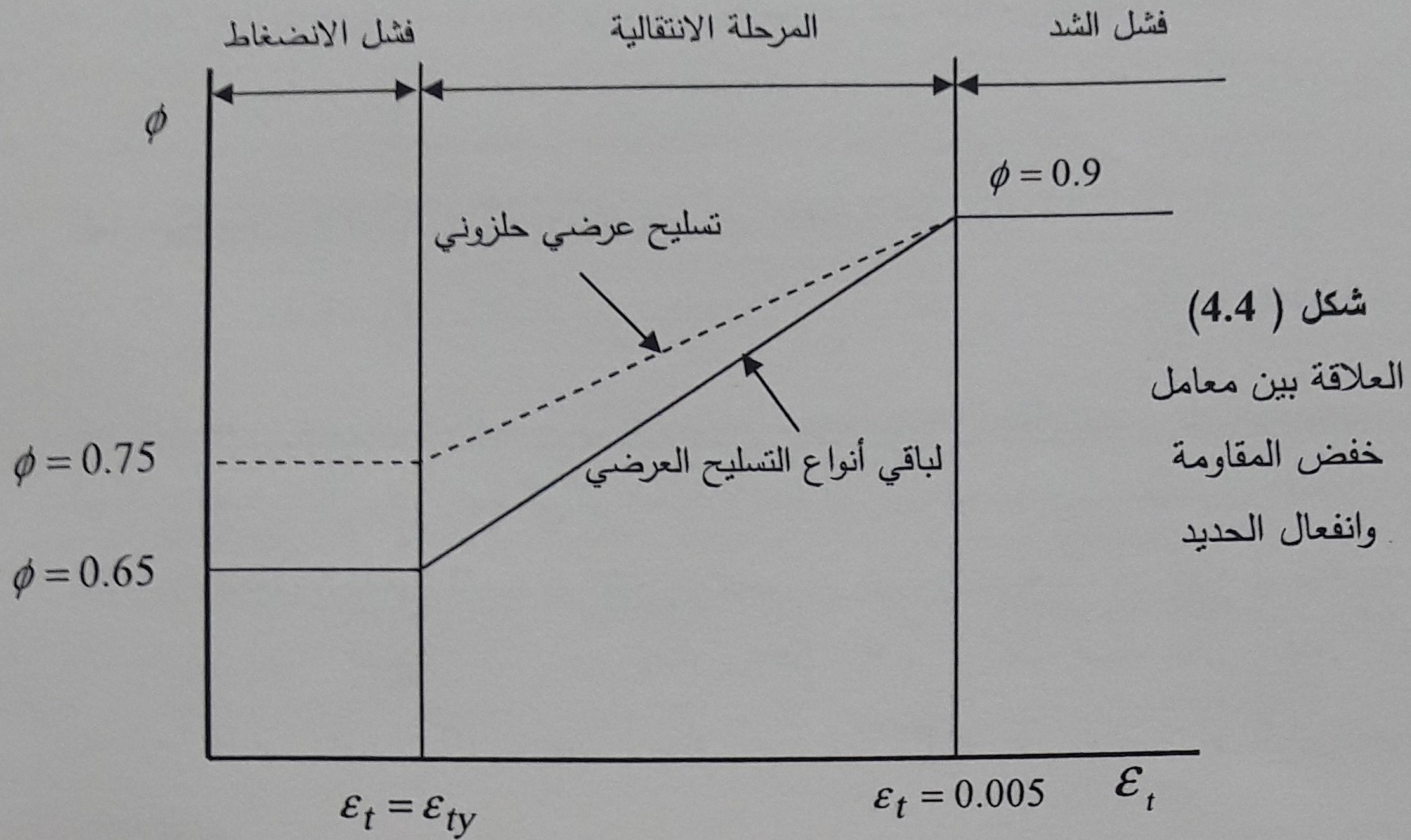
للاعضاء ذات تسليح عرضي حلزوني:

$$\phi = 0.75 + 0.15 \frac{(\varepsilon_y - \varepsilon_{ty})}{(0.005 - \varepsilon_{ty})} \text{.......................................}(a.22.4)$$

لباقي أنواع التسليح :

$$\phi = 0.65 + 0.25 \frac{(\varepsilon_y - \varepsilon_{ty})}{(0.005 - \varepsilon_{ty})} \text{.......................................}(b.22.4)$$

ويهدف الكود في أعلاه الى تشجيع المصمم على تقليل نسبة الحديد حيث تزداد قيمة معامل خفض المقاومة كلما قلت نسبة الحديد.



شكل (4.4)
العلاقة بين معامل خفض المقاومة وانفعال الحديد

عندما يكون اجهاد الخضوع للحديد مساويا الى 420 MPa يسمح الكود باخذ قيمة انفعال الخضوع مساوية الى(0.002)، أي أن ($\varepsilon_{ty} = 0.002$)، وعندئذ تكون المعادلات أعلاه كما يلي:

للاعضاء ذات تسليح عرضي حلزوني :

$$\phi = 0.65 + 50\varepsilon_y \quad ....(a.23.4)$$

لباقي أنواع التسليح العرضي :

$$\phi = 0.483 + 83.33\varepsilon_y \quad ....(b.23.4)$$

نستنتج من أعلاه أن العلاقة بين (ϕ) و نسبة الحديد يمكن تلخيصها كما يلي:

- عندما تكون ($\rho \leq \rho_t$) فان ($\phi = 0.9$)
- عندما تكون ($\rho > \rho_t$) والانفعال أقل أويساوي (ε_{ty}) فان قيمة ϕ تؤخذ مساوية الى (0.65) أو (0.75) حسب نوع التسليح العلرضي.
- عندما تكون ($\rho > \rho_t$) والانفعال ($\varepsilon_{ty} \langle \varepsilon_t \langle 0.005$) يتم استخدام أحد المعادلتين أعلاه لايجاد ϕ.

ثالثا : الحد الأدنى لنسبة الحديد Minimum Steel Ratio :

إضافة إلى فشل الشد وفشل الانضغاط هناك نوع آخر من الفشل قد يحدث عندما تكون العتبات قليلة التسليح. فإذا كانت المقاومة القصوى للعتبة أقل من عزم التشقق فإن حدوث التشقق (وصول العزم إلى عزم التشقق) يؤدي إلى فشل العتبة بصورة فجائية وبدون تحذيرات. وبمساواة عزم التشقق مع مقاومة العتبة المسلحة يمكن اشتقاق نسبة الحديد التي تمنع حصول هذا النوع من الفشل. عليه فإن الكود (ACI 9.6.1.2) يحدد نسبة دنيا لحديد التسليح لضمان عدم حدوث هذا النوع من الفشل وهي:

$$\rho_{min} = \frac{As_{min}}{b_w d} = \frac{\sqrt{f'_c}}{4\, f_y} \geq \frac{1.4}{f_y} \qquad (24.4)$$

$b_w =$ عرض الجذع للعتبات على شكل الحرف T. وعندما تكون العتبة مستطيلة يستبدل بالعرض (b). ولضمان حدوث الفشل بالشد وتجنب حدوثه بالانضغاط أو بعد التشقق مباشرة فإن نسبة حديد التسليح يجب أن تكون :

$$\rho_{min} \leq \rho \leq \rho_{max} \qquad (25.4)$$

وحسب الكود يمكن اهمال التحديد اعلاه عندما تكون كمية الحديد المتوفرة لكل مقطع أكبر من الكمية المطلوبة بمقدار الثلث، أي أن: $A_{s,provided} \geq \frac{4}{3} A_{s,required}$

حيث:

$A_{s,provided} =$ كمية الحديد المتوفرة. و $A_{s,required} =$ كمية الحديد المطلوبة.

وهذا يؤدي الى استخدام نسبة أقل من الحديد في المقاطع الكبيرة.

وفي الجدول رقم (3م) في الملحق فإن قيم (ρ_{min} , ρ_{max} , ρ_t , ρ_b , β_1) مدونة لقيم مختلفة من f_y, f'_c ويمكن استخدامه دون الحاجة إلى حساب النسب أعلاه .

ان النسبة الدنيا أعلاه لاتطبق على الاسس والبلاطات حيث يكون الحد الادنى مساوي الى حديد الحرارة والانكماش كما سنوضح في الفصل التاسع .

يلاحظ من المعادلة(24.4) ما يلي:

1- اذا كانت $f'_c \leq 30 MPa$ فان: $\rho_{min} = \frac{1.4}{f_y}$

2- اذا كانت $f'_c > 30 MPa$ فان : $\rho_{min} = \frac{\sqrt{f'_c}}{4\, f_y}$

8.4 تحليل وتصميم العتبات المستطيلة المفردة التسليح :

Analysis and Design of Singly Reinforced Rectangular Beams.

1.8.4 التحليل Analysis

يقصد بالتحليل إيجاد المقاومة الاسمية أو التصميمية للعزم حيث الأبعاد ونسبة الحديد وخواص المواد تكون معلومة.

يتم التحليل بإيجاد نسبة الحديد (ρ) ومقارنتها مع نسبة التوازن (ρ_b) ومن ثم تصنف العتبات إلى صنفين حسب نسبة الحديد وكما يلي :

أ- متوازنة أو ناقصة التسليح : عندما تكون $\rho \le \rho_b$ أو $\varepsilon_s \ge \varepsilon_y$ أو $c \le c_b$ فإن العتبة تكون أما ناقصة التسليح أو متوازنة كما بينا سابقا وهنا يكون إجهاد الحديد مساوي إلى إجهاد الخضوع ويتم التحليل بايجاد عمق منطقة الانضغاط (a) من توازن القوى (لاحظ الشكل 1.4):

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} \quad \text{......................................} (26.4)$$

ثم نحسب المقاومة الاسمية بأخذ العزوم حول مركز قوة الانضغاط :

$$M_n = A_s f_y (d - \frac{a}{2}) \quad \text{..................................} (27.4)$$

ويمكن حساب المقاومة الاسمية بأخذ العزوم حول مركز قوة الشد :

$$M_n = 0.85 f'_c ab (d - \frac{a}{2}) \text{..............................} (28.4)$$

كما يمكن اشتقاق المعادلة التالية لحساب المقاومة الاسمية بدلالة نسبة حديد التسليح الفعلية (ρ) وكما يلي :

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{\rho bdfy}{0.85 f'_c b} = \frac{\rho f_y d}{0.85 f'_c}$$

$$M_n = A_s f_y (d - \frac{a}{2}) = \rho bdf_y (d - \frac{\rho}{2(0.85)} \frac{fy}{f'_c} d)$$

$$\therefore Mn = \rho bd^2 f_y (1 - 0.59 \rho \frac{fy}{f'c}) \quad \text{................................} (29.4)$$

ولإيجاد المقاومة التصميمية (ϕM_n) نضرب المعادلة أعلاه بالرمز (ϕ) . حيث (ϕ) يتم ايجادها اعتمادا على قيمة (ε_t) كما بينا سابقا .المعادلة أعلاه مهمة جدا في التحليل والتصميم .

ب- فائضة التسليح : عندما تكون $\rho > \rho_b$ أو $\varepsilon_s < \varepsilon_y$ أو $c > c_b$ فان إجهاد الحديد يكون غير معلوم وتكون معادلة التوازن كما يلي : $A_s f_s = 0.85 f'_s ab = 0.85\beta_1 f'_c cb$

في المعادلة أعلاه هناك مجهولين هما c و f_s ، عليه لا بد من معادلة ثانية لأجل التحليل وهي معادلة توافق (تناسب) الانفعالات .

من الشكل (1.4) فإن

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_u} = \frac{d-c}{c} \qquad \therefore \varepsilon_s = \frac{d-c}{c}\varepsilon_u$$

$$E_s = 200000\,Mpa \qquad \therefore\ f_s = \varepsilon_s E_s = \frac{d-c}{c}\varepsilon_u E_s = 600\frac{d-c}{c}$$

وبالتعويض في معادلة التوازن نحصل على معادلة من الدرجة الثانية بدلالة(c) تحل بالدستور لإيجاد (c) ثم نجد (a) حيث $a = \beta_1 c$ ثم نجد f_s حيث $f_s = 600(d-c)/c$ ثم نستخدم أحد المعادلات الثلاث (27.4) أو (28.4) أو (29.4) لإيجاد M_n على أن تستبدل (f_y) في المعادلات بالقيمة (f_s) .

كما يمكن اشتقاق معادلة لحساب (c) بدلالة الرموز وكما يلي :

نرمز الى (c) بالرمز $c = K_u d$ ويتم حساب (K_u) كما يلي :-

$$C = T$$

$$0.85\, f'c\, a\, b = A_s f_s \qquad \therefore\ 0.85\beta_1 f'_c cb = A_s f_s$$

$$0.85\beta_1 f'_c K_u db = \rho bdf_s \qquad \therefore\ 0.85\beta_1 f'_c K_u = \rho f_s$$

$$\varepsilon_s = \frac{d-c}{c}\varepsilon_u = \frac{d-K_u d}{K_u d}\varepsilon_u = \frac{1-K_u}{K_u}\varepsilon_u$$

$$f_s = E_s\varepsilon_s = E_s\varepsilon_u\frac{1-K_u}{K_u} = 600\frac{1-K_u}{K_u}$$

$$\therefore\ 0.85\beta_1 f'_c K_u = 600\rho\frac{1-K_u}{K_u} \qquad \therefore\ K_u = \frac{600}{0.85\beta_1 f'_c}\rho\frac{1-K_u}{K_u}$$

إذا وضعنا $m = \dfrac{600}{0.85\beta_1 f'_c}$ فإن : $K_u = m\rho\dfrac{1-K_u}{K_u}$ ، ويمكن أن تبسط المعادلة الى:

$K_u^2 = \rho m(1-K_u)$ ، وبالدستور فإن :

$$K_u = \sqrt{\left(\frac{\rho m}{2}\right)^2 + \rho m} - \frac{\rho m}{2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(30.4)$$

هذا ويتم حساب المقاومة الاسمية لهذه الحالة بالخطوات التالية :

1- احسب ρ ، m حيث $\rho = \frac{A_s}{bd}$ ، $m = \frac{600}{.85\beta_1 f'_c}$.

2- عوض في المعادلة (30.4) لحساب K_u .

3- احسب قيمة c حيث $c = K_u d$.

4- احسب قيمة a حيث $a = \beta_1 c$.

5- جد قيمة f_s حيث $f_s = 600\frac{d-c}{c}$.

6- احسب المقاومة الاسمية للانحناء M_n باستخدام أحد هذه المعادلات الثلاث المذكورة سابقا

ويمكن تدقيق خضوع الحديد وقيمة معامل خفض المقاومة بطريقة ثانية(راجع ملاحظة 1) وذلك بمقارنة انفعال الحديد مع انفعال الخضوع ومع القيمة(0.005) دون الحاجة الى مقارنة (ρ)مع ρ_b و ρ_t وسنوضح ذلك في المثال 1.4 .

2.8.4 التصميم (Design)

إن تصميم الأعضاء الخرسانية المسلحة يعني إيجاد أبعاد المقاطع الملائمة للأعضاء وكمية التسليح المطلوبة كي يتمكن العضو الإنشائي من تحمل الأحمال القصوى المسلطة عليه بأمان لذلك فإن المقاومة القصوى للمادتين الحديد والخرسانة تكون معلومة والأحمال الحقيقية (الخدمية) تكون معلومة. وفي بعض الأحيان تكون أبعاد المقطع كلها أو بعضها محددة لأسباب معمارية أو غيرها. علما أن التصميم الكامل للعتبة يتطلب حساب تسليح الاترية لمقاومة القص واللي وتدقيق الانحرافات وتدقيق أطوال التثبيت ونقاط قطع أوثني الحديد على أن يثبت ذلك كله على مخطط العتبة وهذا ما سنوضحه في الفصول القادمة إن شاء الله. يتضح من أعلاه أن هناك حالتين الأولى عند كون الأبعاد كلها أو بعضها غير معلومة والثانية عند كون الأبعاد معلومة:

أ- الحالة الأولى : كل أو بعض الأبعاد غير معلومة :

يمكن تلخيص خطوات التصميم لهذه الحالة كما يلي :

1- حساب العزوم التصميمية من تحليل المنشأ على أن يتم فرض الوزن الذاتي للعتبة اعتمادا على الخبرة أو بفرض أبعاد أولية للمقطع .

2- حساب نسبة الحديد القصوى ρ_{max} وكذلك حساب ρ_{min} من المعادلات أو باستخدام الجدول (3 م) في الملحق .

3- نحدد نسبة حديد التسليح ρ بحيث أن $\rho_{min} \le \rho \le \rho_{max}$ ويفضل استخدام ρ أقل أو مساوية الى ρ_t للحصول على أكبر معامل خفض مقاومة مسموح $(\phi = 0.9)$.

4- نستخدم المعادلة (29.4) لحساب الأبعاد وكما يلي :

$$M_u = \phi M_n = \phi \rho\, bd^2 f_y(1 - 0.59 \rho \frac{f_y}{f_c'})$$

حيث يتم إيجاد (bd^2) لأن باقي المتغيرات معلومة. ولحساب العرض والعمق الفعال هناك ثلاث حالات .

اولا : b ، d غير معلومة عندئذ نختار قيم b ونجد d حيث نحصل على أزواج من القيم. نختار إحداها ومن المفضل أن تكون النسبة (d/b) بحدود (2) إلى (3) قدر الإمكان .

ثانيا : قد يكون أحد الأبعاد معلوما نعوض لإيجاد الثاني. كمثال على ذلك أذا كان العضو الانشائي لايحمل أو يتصل بعناصر غير انشائية يمكن أن تتلف بالانحرافات الكبيرة (كالقواطع مثلا). فيمكن عندئذ تحديد العمق الكلي الادنى للمقطع من حاصل قسمة فضاء العضو على ثابت محدد وسيتم بحث ذلك في الفصل السابع من هذا الكتاب وعندئذ يتم اعتماد عمق كلي مساوي أو أكبر من العمق الادنى.

ثالثا: قد تكون النسبة بين الأبعاد معلومة نعوض في المعادلة لحساب الأبعاد .

5- نحسب مساحة الحديد من المعادلة $(A_s = \rho\, bd)$ ثم نحسب عدد القضبان بعد تحديد قطر القضيب المستخدم وتدقق المسافات بين القضبان حسب متطلبات الكود .

6- نحسب العمق الكلي (h) وذلك بإضافة كل من المسافة بين مركز الحديد إلى سطح الحديد الأسفل (نصف قطر الحديد في حال استخدام طبقة واحدة) وقطر الاترية وسمك الغطاء إلى العمق الفعال ويقرب العمق الكلي للحصول على أبعاد عملية. أما إذا كان العمق محددا فيتم حساب العرض الذي يقرب للحصول على أبعاد عملية.

ب-الحالة الثانية: عندما تكون الأبعاد محددة

قد تحدد أبعاد العتبة لأسباب معمارية أو خدمية أو يتم تحديدها لأجل التحليل الإنشائي كما أننا في العتبات المستمرة نصمم العتبة عند المقطع ذو العزم الأقصى ونحتفظ بنفس الأبعاد لذلك المقطع ونغير الحديد عند باقي المقاطع، في الحالات المذكورة يكون المطلوب حساب كمية وتفاصيل الحديد فقط ويتم ذلك كما يلي:

1- حساب العزم التصميمي (M_u) .

2- حساب نسبة حديد التسليح القصوى (ρ_{max}) والدنيا (ρ_{min}) من المعادلات أو من الجدول (3م) في الملحق .

3- حساب نسبة الحديد من المعادلة:

$$M_u = \phi M_n = \phi \rho b d^2 f_y (1 - 0.59 \rho \frac{f_y}{f'_c})$$

وتؤخذ ($\phi = 0.9$)في المعادلة أعلاه كمحاولة أولية. أن المعادلة أعلاه من الدرجة الثانية بدلالة (ρ) تحل لأجل الحصول على (ρ) ونقارنها مع ρ_{max} و ρ_{min} ، فإذا كانت $\rho < \rho_{min}$ فإن (ρ) تؤخذ مساوية إلى (ρ_{min}) وإذا كانت $\rho > \rho_{max}$ فالمقطع مرفوض أما أن نغير أبعـاده أو أن نجعلـه مـزدوج التسـليح كمـا سنوضـح فـي الفقـرة اللاحقـة. أمـا إذا كانـت $\rho_{min} \le \rho \le \rho_{max}$ فالمقطع مقبول .

يتم حساب حديد التسليح من المعادلة $A_s = \rho b d$

والان ندقق قيمة (ϕ)وكما يلي :

أولا :- عندما تكون نسبة الحديد (ρ) أقل أو تساوي (ρ_t) فان القيمة المفروضة صحيحة.

ثانيا :- عندما تكون نسبة الحديد (ρ) أكبرمن (ρ_t) فان قيمة (ϕ) أقل من (0.9) عليه فان قيمة المقاومة التصميمية ϕM_n تصبح أقل من العزم التصميمي (M_u) ويتم الحل بزيادة الحديد وحسـاب قيمـة (ϕ) مـن ألمعادلـة (22.4) أو (23.4) ومـن ثـم حسـاب (ϕM_n) بحيث يتحقق الشرط ($\phi M_n \ge M_u$).

المعادلة أعلاه يمكن حلها بدلالة الرموز لإيجاد (ρ) وكما يلي:

$$\frac{M_u}{\phi b d^2} = \rho f y (1 - \frac{\rho f y}{2 \times 0.85 f'_c})$$

نرمز إلى

$$R = \frac{M_u}{\phi b d^2} \qquad m = \frac{f_y}{0.85 f'_c}$$

عليه فإن

$$R = \rho f_y (\frac{2 - \rho m}{2})$$

$$\therefore 2R = 2 \rho f_y - \rho^2 f_y m$$

باستخدام الدستور

$$\rho = \frac{1}{m}(1 - \sqrt{1 - \frac{2mR}{fy}}) \text{ ....(31.4)}$$

4- ثم نحسب عدد القضبان وندقق المسافة بينها حسب متطلبات الكود .

وعند كون العمق الكلي وليس الفعال معلوما فإن العمق الفعال يتم تحديده بطرح $(65mm)$ من العمق الكلي في حال كون الحديد بطبقة واحدة و $(100mm)$ في حال كون الحديد بطبقتين. إن كون الحديد بطبقة واحدة أو طبقتين غير معلوم ويمكن فرضه بطبقة واحدة وإعادة التصميم إذا وجدنا ان الطبقة الواحدة غير كافية حسب متطلبات المسافات بين الحديد.

<u>مثال 1.4</u>

عتبة مستطيلة بعرض $(250mm)$ وعمق فعال $(d = 460mm)$ ، $f'_c = 20\,MPa$. $f_y = 300\,Mpa$ إحسب مقاومة الانحناء التصميمية للعتبة أ: عندما تكون مساحة الحديد $A_s = 2000\,mm^2$ ب: عندما تكون $A_s = 5160mm^2$ جـ: أقصى عزم تصميمي حسب متطلبات الكود .

الحل : هذا المثال يخص تحليل العتبات .

<u>أ:-</u>

$$\rho_b = 0.85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y}\frac{600}{600+f_y} = 0.85^2\frac{20}{300}\frac{600}{600+300} = 0.032$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{2000}{250\times 460} = 0.0174 < \rho_b$$

∴ المقطع ناقص التسليح

ولاجل حساب قيمة (ϕ) نحسب قيم ρ_t :

$$\rho_t = 0.85\,\beta_1\,\frac{f'_c}{f_y}\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + 0.005} = 0.018$$

بما أن $\rho < \rho_t$ عليه تكون $\phi = 0.9$

$$a = \frac{A_s\,f_y}{0.85\,f'_c b} = \frac{2000\times 300}{0.85\times 20\times 250} = 141\,mm$$

$$\phi\,Mn = \phi\,A_s\,f_y(d - \frac{a}{2}) = 0.9\times 2000\times 300\times(460 - \frac{141}{2})\times 10^{-6} = 210\ \ kN.m$$

كما يمكن استخدام المعادلة :

$$\phi\,M_n = 0.85\times\phi\,f'_c ab(d - \frac{a}{2}) = 210\ \ kN.m$$

أو المعادلة (29.4) والتي لا نحتاج فيها إلى حساب (a) :

$$\phi Mn = \phi\,\rho\,bd^2\,fy(1 - 0.59\rho\frac{fy}{f'c})$$

$$\phi Mn = 0.9\times 0.0174\times 250\times 460^2 \times 300(1-.59\times .0174\frac{300}{20})\times 10^{-6} = 210\,kN.m$$

ب :-

$A_s = 5160mm^2$ $\qquad$ $\rho = \dfrac{5160}{250\times 460} = .045 > 0.32$

∴ العتبة فائضة التسليح (Over Reinforced).

1- نحسب m :

$$m = \frac{600}{(.85)^2\ f'_c} = \frac{600}{(.85)^2\times 20} = 41.52$$

$$\rho m = 0.045\times 41.52 = 1.868$$

2- نحسب Ku :

$$Ku = \sqrt{\left(\frac{1.868}{2}\right)^2 + 1.868} - \frac{1.868}{2} = 0.721$$

3- نحسب قيمة c :

$$c = K_u d = 0.721\times 460 = 331.7mm$$

4- نحسب قيمة a :

$$a = 0.85c = 0.85\times 331.7 = 282\ \ mm$$

5- نحسب M_n :

$$\therefore M_n = 0.85\ f'_c\ a\ b(d-\frac{a}{2}) = 0.85\times 20\times 282\times 250(460-\frac{282}{2})\times 10^{-6}$$

$$M_n = 382.32\,kN.m$$

كما يمكن إيجاد (f_s) حيث:

$$f_s = 600\frac{d-c}{c} = 600\frac{460-331.7}{331.7} = 232MPa$$

واستخدام المعادلتين الباقيتين لإيجاد Mn .

لحساب ϕ نحسب ε_t حيث:

$$\varepsilon_t = \frac{d-c}{c}\varepsilon_u = \frac{460-331.7}{331.7}\times 0.003 = 0.0011$$

ثم نحسب قيمة ε_{ty} حيث

$$\varepsilon_{ty} = \frac{f_y}{E_s} = \frac{300}{200000} = 0.0015$$

ولأن $\varepsilon_t < 0.0015$ عليه تكون قيمة $\phi = 0.65$ وتكون المقاومة التصميمية مساوية الى:

$$\phi Mn = 0.65\times 382.32 = 248.5\,kN.m$$

جـ: أقصى عزم تصميمي يمكن تسليطه على العتبة عندما تكون نسبة الحديد أقصى مايمكن . أي عندما :

$$\rho = \rho_{\max} = 0.85\beta_1\frac{f'_c}{f_y}\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + 0.004} = 0.0206$$

$$A_s = \rho_{max}\, b\, d = 0.0206 \times 250 \times 460 = 2369$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{2369 \times 300}{0.85 \times 20 \times 250} = 167\, mm$$

ولان $\rho > \rho_t$ عليه يتم ايجاد ϕ من المعادلة :

$$\phi = 0.65 + 0.25 \frac{(\varepsilon_y - \varepsilon_{ty})}{(0.005 - \varepsilon_{ty})} = 0.65 + 0.25 \frac{0.004 - 0.0015}{0.005 - 0.0015} = 0.83$$

$$M_u = \phi M_n = \phi A_s f_y (d - \frac{a}{2}) = 0.83 \times 2369 \times 300 (460 - \frac{167}{2}) \times 10^{-6} = 222.1\, kN.m$$

كما يمكن استخدام المعادلة التالية :

$$M_u = \phi \rho\, b\, d^2 f_y (1 - 0.59 \rho \frac{f_y}{f'_c})$$

$$M_u = 0.83 \times 0.0206 \times 250 \times 460^2 \times 300 (1 - .59 \times .0206 \frac{300}{20}) \times 10^{-6} = 221.9\, kN.m$$

<u>**الطريقة الثانية لحل السؤال :**</u> وكما يلي:

<u>أ:-</u> يمكن تلخيص الحل بالخطوات التالية:

1- حساب عمق منطقة الانضغاط على فرض أن $f_s = f_y$ وكما يلي:

$$0.85 f'_c\, a\, b = A_s f_y \quad \therefore\; a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{2000(300)}{0.85(20)(250)} = 141\, mm$$

2- حساب عمق محور الحيود $c = a/\beta = 141/0.85 = 166\, mm$

3- حساب انفعال حديد التسليح من تناسب المثلثات(شكل 4.2):

$$\varepsilon_s = \varepsilon_u (d - c)/c = 0.003(460 - 166)/166 = 0.0053$$

4- ولان انفعال الحديد اكبر من ($\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = 0.0015$)، كما أنه أكبر من (0.005) عليه فان Ø=0.9. كما أن $f_s = f_y$ كما افترضنا.

5- ثم يتم ايجاد المقاومة التصميمية باستخدام أحد المعادلات الثلاث المذكورة في الطريقة السابقة.

<u>ب:-</u> يمكن تلخيص الحل بالخطوات التالية:

1- حساب عمق منطقة الانضغاط على فرض أن $f_s = f_y$ بنفس الطريقة السابقة وقد وجد أن a=364.2mm

2- حساب عمق محور الحيود:

$$c = a / \beta = 364.2 / 0.85 = 428.5$$

3- حساب انفعال حديد التسليح من تناسب المثلثات(شكل 4.2):

$$\varepsilon_s = \varepsilon_u (d - c) / c = 0.003(460 - 428.5) / 428.5 = 0.00022$$

4- ولان انفعال الحديد أقل بكثير من ($\varepsilon_y = 0.0015$)، عليه فان $f_s < f_y$ والمقطع فائض التسليح

5- ان قيمة c أعلاه غير صحيحة حيث تم ايجادها بفرض خضوع الحديد ، عليه يتم ايجادها بنفس الطريقة الاولى اعلاه واكمال الحل كما في تلك الطريقة تماما.

جـ: أقصى عزم تصميمي يمكن تسليطه على العتبة عندما يكون حيد التسليح أقصى مايمكن. ويكون ذلك عند أقل انفعال يسمح به الكود ويساوي (0.004). ويمكن تلخيص الحل بالخطوات التالية:

1- حساب عمق محور الحيود من تاسب الانفعالات:

$$\frac{c}{d} = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + 0.004} = \frac{3}{7} \quad \therefore\ c = \frac{3}{7}(460) = 197\ mm$$

2- حساب عمق منطقة الانضغاط a حيث: $a = \beta 1\, c = 0.85(197) = 167\, mm$

3- ايجاد قيمة معامل خفض المقاومة بنفس الطريقة الاولى حيث Ø=0.83.

3- حساب المقاومة التصميمية من المعادلة:

$$\phi M_n = \phi(0.85)\ f_c' ab(d - \frac{a}{2})$$

$$= \{\ 0.83(0.85)(20)(167)(250)(460 - 167/2)\ \}(10^{-6}) = 221.8\, kN.m$$

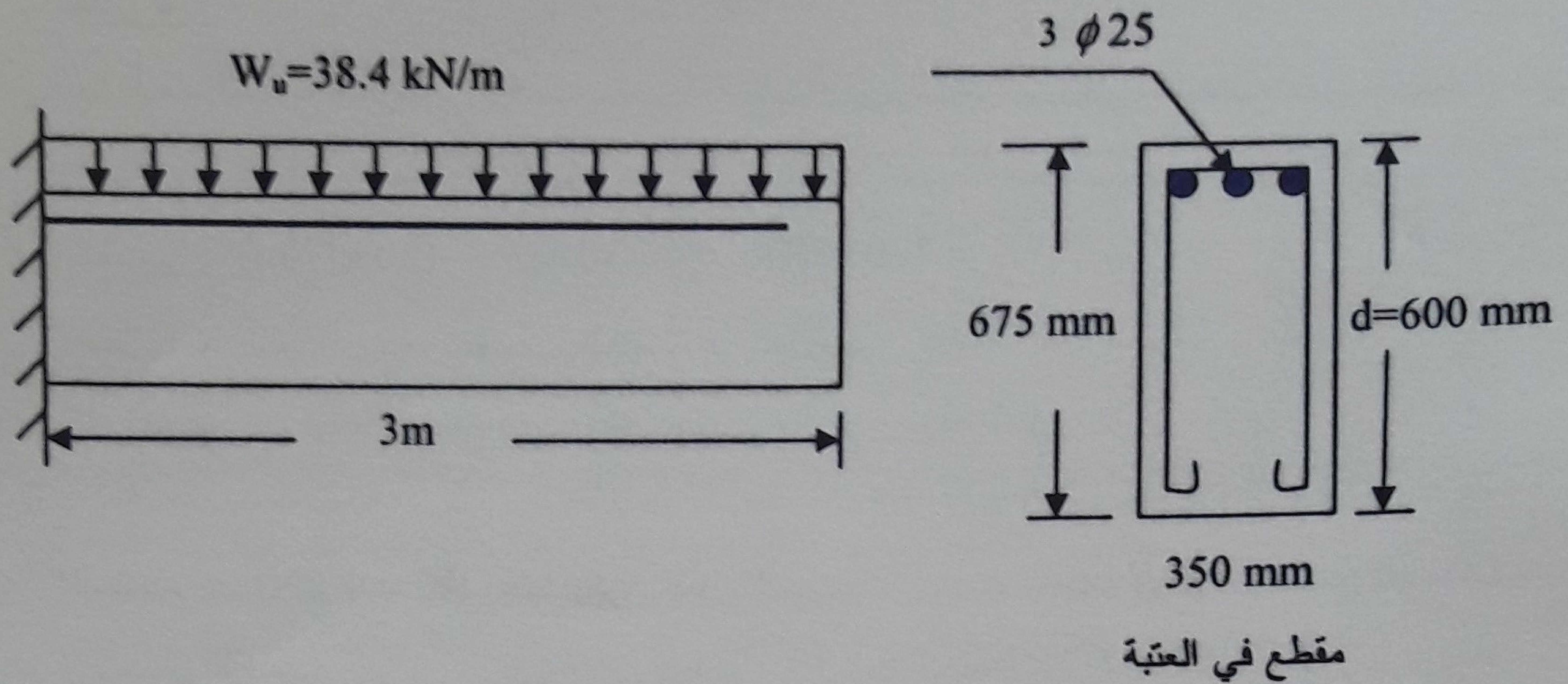
يلاحظ ان استخدام هذه الطريقة يجنبنا حساب نسب حديد التسليح في الحل.

مثال 2.4

دقق صلاحية العتبة في الشكل (5.4) حسب متطلبات الانحناء إذا كان الحمل الحي الخدمي يساوي ($18\, kN/m$) والحمل الميت الخدمي بضمنه وزن العتبة يساوي ($8kN/m$) كما أن $f_y = 300 MPa$ ، $f_c' = 35\ MPa$.

الحل : هذا المثال يخص تحليل العتبات : من الجدول 3م في الملحق فان $\beta 1 = 0.8$ ، كما أن $\rho_b = 0.0529$ ، $\rho = \frac{3 \times 491}{350 \times 600} = 0.007$

بما أن $\rho < \rho_b$ عليه فالعتبة ناقصة التسليح



شكل (5.4)تفاصيل العتبة للمثال (2.4)

لتحديد قيمة ϕ نحسب ρ_t

$$\rho_t = 0.85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y}\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + 0.005} = 0.03$$

بما ان $\rho < \rho_t$ عليه تكون قيمة ϕ مساوية الى 0.9

$$\phi M_n = 0.9\rho b d^2 f_y(1 - 0.59\rho\frac{f_y}{f'_c})$$

$$\phi Mn = 0.9 \times .007 \times 350 \times 600^2 \times 300(1 - 0.59 \times 0.007 \times \frac{300}{35}) \times 10^{-6}$$

$$= 229.7\ kN.m$$

$$W_u = 1.6L + 1.2D = 1.6 \times 18 + 1.2 \times 8 = 38.4\ kN/m$$

العزم التصميمي

$$M_u = 38.4 \times \frac{3^2}{2} = 172.8\ kN.m$$

بما أن العزم التصميمي أقل من المقاومة التصميمية $M_u < \phi M_n$

عليه فالمقطع صالح حسب متطلبات الانحناء .

مثال 3.4

جد أبعاد المقطع الخرساني وكذلك مساحة الحديد اللازمة لعتبة مستطيلة المقطع مفردة التسليح ذات إسناد بسيط بفضاء مقداره $(4m)$ ، إذا كان الحمل الميت الخدمي $(10\,kN/m)$ والحمل الحي الخدمي $(30\ kN/m)$، $f'_c = 30\,MPa$ ، $f_y = 420\,MPa$

الحل : هذا المثال يخص تصميم العتبات في حالة كون الأبعاد غير معلومة .

1- نفرض أن أبعاد المقطع $(250\times600mm)$ فيكون وزنه الذاتي

$$W_b = 0.25\times0.6\times24 = 3.6\ kN/m$$

استخدم $W_b = 4\ kN/m$ عليه يكون الوزن الميت $D = 10+4 = 14\,kN/m$

الأحمال القصوى $W_b = 1.2D+1.6L = 1.2\times14+1.6\times30 = 64.8\ kN/m$

$$M_u = W_u L^2/8 = 64.8\times4^2/8 = 129.6\,kN.m$$

2- نحسب ρ_{max} ، ρ_{min} ويمكن الاستفادة من الجدول (3م) في الملحق .

$\rho_{max} = 0.0218$ $\rho_{min} = 0.0033$

3- يفضل اعتماد $\rho \le \rho_t$ إذ أن قيمة ϕ تساوي(0.9) لهذه الحالة ومن الجدول فان $\rho_t = 0.0191$ وهنا سنختار $\rho = 0.016$

4- من المعادلة $M_u = \phi\,\rho\,bd^2\,fy(1-0.59\rho\frac{f_y}{f'_c})$ نحسب bd^2

$$129.6\times10^6 = 0.9\times0.016\times bd^2\times fy(1-0.59\times0.016\frac{420}{30}) = 5.249\,bd^2$$

$$\therefore bd^2 = 24.691\times10^6$$

نختار b ونجد d .

b	d
150	406 mm
200	351.4 mm
250	314 mm

سيتم اختيار $b = 250mm$ ، $d = 314mm$ لأن هذه الأبعاد أفضل من الناحية العملية .

5- نحسب الحديد $A_s = \rho\,bd = 0.016\times250\times314 = 1256\,mm^2$

إذا تم اختيار قضبان نوع $(\phi25)$ حيث $(A_b = 491\,mm^2)$ فإن:

$$n = 1256/491 = 2.55$$

استخدم $(3\phi25mm)$ ، عليه تكون المسافة الصافية بين القضبان

$$s=(250-100-3\times25)/2=37.5>25\,mm$$

أي أن القضبان يمكن أن توضع بطبقة واحدة .

6- نحسب العمق الكلي (بافتراض قطر الاتاري $10mm$)

$$h=314+13+50=377\ mm$$

استخدم $h=400mm$. تفاصيل المقطع للعتبة موضحة في الشكل (6.4) .

ملاحظة 2: لان العمق الكلي المعتمد أكبر من العمق الكلي المطلوب يمكن اعادة حساب كمية حديد التسليح باعتماد العمق الجديد وهي تكون أقل من الكمية أعلاه لان العمق الفعال أصبح أكثر (d=400-50-13=337mm). وهنا نعتمد الحالة الثانية(الابعاد معلومة) في التصميم، أي كما في المثال التالي. أما اعتماد القيم أعلاه فيؤدي الى أن المقاومة التصميمية تصبح اكثر من العزم التصميمي وفي ذلك أمان أكثر .

مثال 4.4 : عتبة بعرض $(300mm)$ وعمق كلي $(h=700mm)$ يسلط عليها عزم ميت خدمي (بضمنه العزم الناتج عن وزن العتبة) مقداره $M_d=100kN.m$. وعزم حي خدمي مقداره $M_L=150kN.m$. إحسب مساحة الحديد ، عدد القضبان ودقق المسافة بين القضبان حسب متطلبات الكود علما أن $f'c=20MPa$ ، $fy=420MPa$.

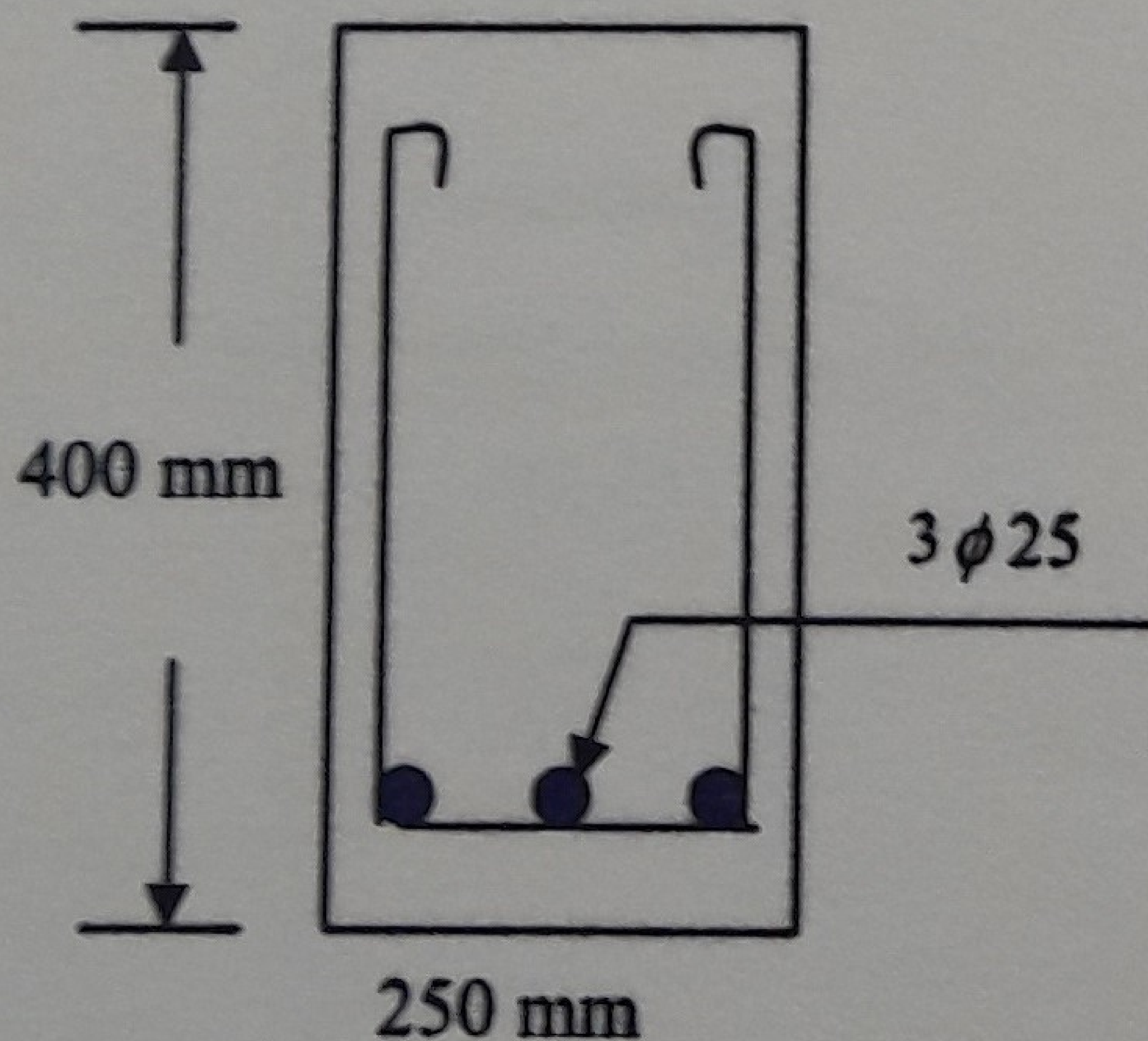
الحل :-هذا المثال يخص تصميم العتبات في حال كون الابعاد محددة.

1- نحسب العزم التصميمي

$$M_u=1.2Md+1.6ML=1.2\times100+1.6\times150=360\ kN.m$$

2-حساب ρ_{max} ، ρ_{min} : من جدول(3م) في الملحق فان:

$$\rho_{min}=0.0033, \rho_{max}=0.0147$$



شكل (6.4)
تفاصيل المقطع الخرساني للمثال (3.4)

3- نحسب ρ من المعادلة:

$$\rho = \frac{1}{m}(1-\sqrt{1-\frac{2mR}{fy}})$$

حيث

$$d = 700 - 65 = 635mm$$

$$R = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{360\times10^6}{.9\times300\times635^2} = 3.3$$

$$m = \frac{f_y}{0.85\, f_c'} = \frac{420}{0.85\times20} = 24.7$$

$$\therefore \rho = \frac{1}{24.7}(1-\sqrt{1-\frac{2\times3.3\times24.7}{420}}) = 0.0088$$

بما أن $\rho\min < \rho < \rho\max$

عليه فالتصميم صالح حسب متطلبات الكود . نحسب الحديد من المعادلة:

$$As = \rho\, bd = 0.0088 \times 300 \times 635 = 1676\ mm^2$$

والآن ندقق قيمة ϕ:

من الجدول (3م) فان $\rho_t = 0.0129$ وهي اكبر من ρ عليه تكون $\phi = 0.9$

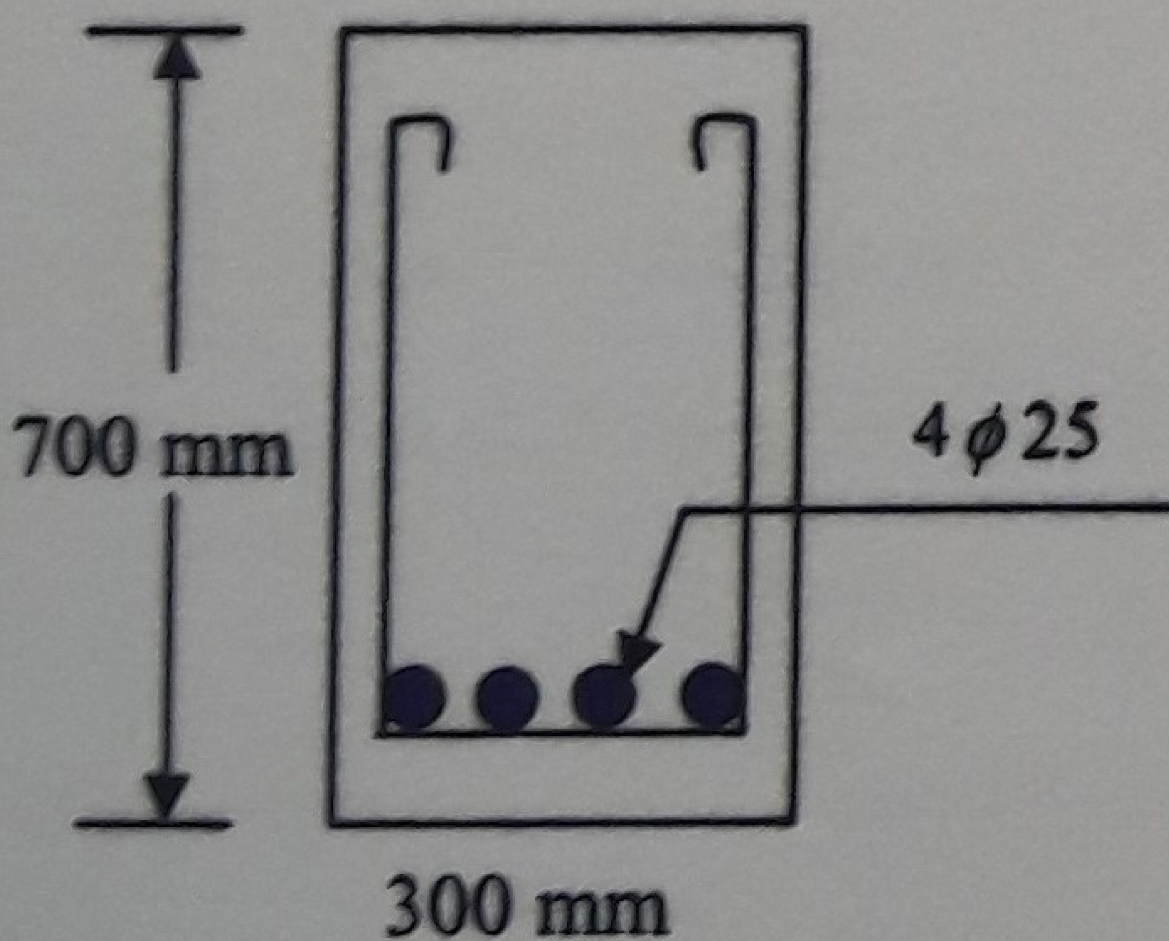
4- إذا تم اختيار قضبان نوع ($\phi 25$) فإن العدد $n = \frac{1676}{491} = 3.42$

استخدم $4\phi25$.

تدقيق المسافات (بفرض أن قطر الاتاري $10mm$) :

$$S = \frac{300-100-4\times25}{3} = 33 > 25mm$$

عليه فإن القضبان توضع بطبقة واحدة . والشكل (7.4) يوضح تفاصيل المقطع الخرساني .



شكل (7.4)

تفاصيل المقطع الخرساني للمثال

(4.4)

مثال 5.4

عتبة مستطيلة بعرض $(300mm)$ وعمق فعال $(d = 500mm)$، $f_y = 420\,Mpa$ $A_s = 1500\,mm^2$ إحسب مقاومة الانحناء التصميمية للعتبة أ: عندما تكون $f'c = 20\,MPa$ ب: عندما تكون $f'c = 30\,MPa$ ج: عندما تكون $f'c = 40\,MPa$. ثم قارن بين نسبة الزيادة في المقاومة التصميمية(ϕM_n) مع نسبة الزيادة في مقاومة الخرسانة ($f'c$).

الحل :- يمكن حل هذا المثال باستخدام المعادلة (29.4):

$$\phi M_n = \phi \rho\, b d^2\, f_y (1 - 0.59 \rho \frac{f_y}{f'_c})$$

حيث أن: $\rho = 1500/(300 \times 500) = 0.01$

ولتدقيق خضوع حديد التسليح وايجاد قيمة معامل خفض المقاومة يتم ايجاد ρ_b و ρ_t وسيتم تنظيم ذلك في الجدول التالي وقد تم ايجاد قيم نسب الحديد بالاعتماد على جدول (3م) في الملحق:

التسلسل	$f'c(MPa)$	ρ_b	ρ_t
1	20	0.0202	0.0129
2	30	0.0300	0.0191
3	40	0.0364	0.0232

ويلاحظ من الجدول أعلاه أن $\rho < \rho_b$ وكذلك $\rho < \rho_t$ لجيع قيم $f'c$ ، عليه فان المقطع ناقص التسليح($f_s = f_y$) لجميع الحالات، كما أن ($\phi = 0.9$) لجميع الحالات أيضا.

بالتعويض في المعادلة(29.4) أعلاه يمكن تنظيم الجدول التالي:

التسلسل	$f'c(MPa)$	$\phi Mn(kN.m)$
1	20	248.4
2	30	260.0
3	40	266.8

المقارنة بين الزيادة في المقاومة التصميمية و الزيادة في مقاومة الخرسانة.

للمقارنة بين نسبة الزيادة في المقاومة التصميمية ونسبة الزيادة في مقاومة انضغاط الخرسانة يفضل تنظيم الجدول التالي:

التسلسل	$f'c$	$f'c / f'c1$	$\phi Mn / \phi Mn1$
1	20	1	1
2	30	1.5	1.047
3	40	2	1.074

<u>ويمكن التوصل الى الاستنتاج التالي</u>: عند زيادة مقاومة الخرسانة فان المقاومة التصميمية للانحناء تزداد ولكن بنسبة أقل بكثير من نسبة زيادة مقاومة الخرسانة. فزيادة مقاومة الخرسانة بمقدار 50% يقابلها زيادة في المقاومة التصميمية مساوية الى 4.7% ، وكذلك زيادة مقاومة الخرسانة بمقدار 100% يقابلها زيادة في المقاومة التصميمية مقدارها 7.4%. ان الزيادة في مقاومة الخرسانة يكون على الاكثر نتيجة لزيادة محتوى الاسمنت أو استخدام مضافات تزيد المقاومة وفي كلا الحالتين هناك زيادة في الكلفة، عليه يفضل قبل اعتماد أي زيادة في مقاومة الخرسانة لاجل زيادة المقاومة التصميمية أن تتم مقارنة زيادة الكلفة مع الزيادة المتحققة في المقاومة التصميمية. هناك استنتاج اخر وهو أن نسبة الزيادة في المقاومة التصميمية تتناقص مع الزيادة في مقاومة الخرسانة.

<u>مثال 6.4</u>

عتبة مستطيلة بعرض $(300mm)$ وعمق فعال $(d = 500mm)$، $f_y = 420\,Mpa$ ، $f'c = 30\,MPa$. إحسب مقاومة الانحناء التصميمية للعتبة أ: عندما تكون نسبة حديد التسليح $\rho = 0.5\rho_t$ ب: عندما تكون نسبة حديد التسليح $\rho = \rho_t$. ج: عندما تكون نسبة حديد التسليح $\rho = \rho_{max}$.

ثم قارن بين نسبة الزيادة في المقاومة التصميمية(ϕM_n) ونسبة الزيادة في نسبة الحديد ρ

الحل :- يمكن حل هذا المثال باستخدام المعادلة (29.4) أيضا.

$$\phi M_n = \phi \rho\, b d^2\, f_y (1 - 0.59 \rho \frac{f_y}{f'_c})$$

ولان نسبة الحديد أقل أو تساوي ρ_{max} عليه فان المقطع ناقص التسليح لجميع الحالات.

ولان نسبة الحديد للحالات الاولى والثانية أقل أو تساوي(ρ_t) عليه فان معامل خفض المقاومة لها $(\phi = 0.9)$ ما عدا الحالة الثالثة حيث أن$(\rho > \rho_t)$ عليه فان قيمة المعامل(ϕ) لها أقل وقد تم حسابه في المثال(1.4.ج) وهي تساوي $(\phi = 0.83)$.

ويمكن تنظيم الحل في الجدول التالي وقد تم ايجاد قيم نسب الحديد بالاعتماد على جدول (3م) في الملحق:

التسلسل	ρ	$As(mm^2)$	$\phi Mn(kN.m)$
1	$0.5\rho_t = 0.00955$	1432	249.4
2	$\rho_t = 0.0191$	2865	456
3	$\rho_{max} = 0.0218$	3270	467.33

المقارنة بين نسبة الزيادة في المقاومة التصميمية و نسبة الزيادة في حديد التسليح.

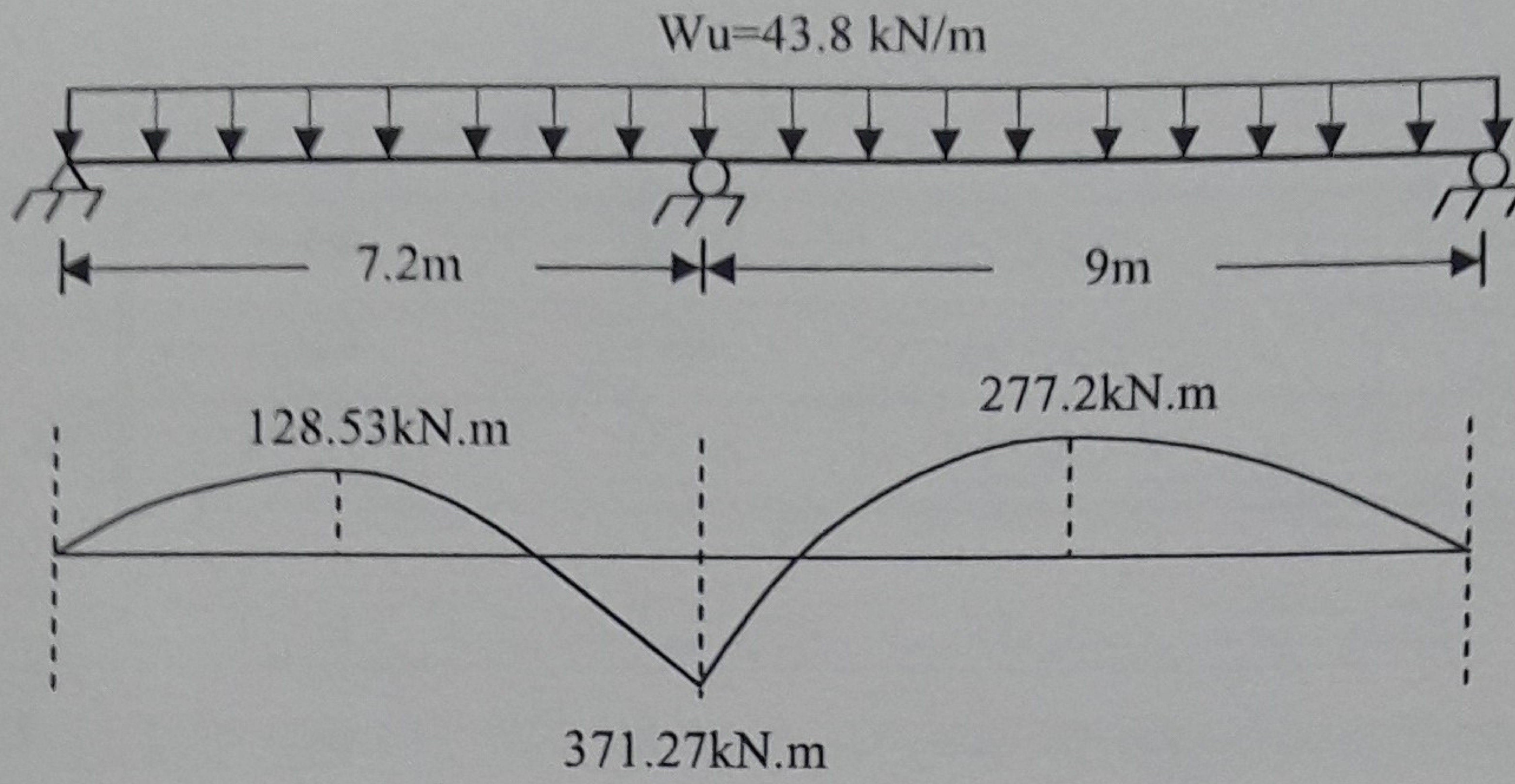
للمقارنة بين نسبة الزيادة في المقاومة التصميمية ونسبة الزيادة في حديد التسليح يقضل تنظيم الجدول التالي:

التسلسل	A_s	A_s / A_{s1}	$\phi Mn / \phi Mn1$
1	1432	1	1
2	2865	2	1.83
3	3270	2.284	1.874

ويمكن التوصل الى الاستنتاج التالي: عند زيادة حديد التسليح فان المقاومة التصميمية للانحناء تزداد لكن بنسبة أقل من نسبة الزيادة في الحديد ويكون الفرق في الزيادة قليل عندما تكون $\rho \le \rho_t$. فزيادة حديد التسليح بمقدار 100% يقابلها زيادة في المقاومة التصميمية مساوية الى 83% . أما عندما تكون $\rho > \rho_t$ فان الفرق بين النسبتين يبدأ بالزيادة كلما زادت نسبة الحديد. ويكون الفرق أقصى ما يمكن عندما تكون $\rho = \rho_{max}$. حيث يلاحظ أنه عندما تتغير نسبة الزيادة من 100% الى 128% تتغير نسبة زيادة المقاومة التصميمية من 83% الى 87% .ان نقصان نسبة الزيادة في المقاومة التصميمية عندما تكون نسبة الحديد أكبر من ρ_t يعود الى النقصان في قيمة معامل خفض المقاومة ϕ. ويهدف الكود في ذلك الى تشجيع المصمم لاعتماد مساحة حديد بحيث تكون $\rho \le \rho_t$ وبالتالي ضمان فشل الشد. وعلى العموم فان الزيادة في حديد التسليح في حدود $\rho \le \rho_t$ تعطي زيادة مهمة في المقاومة التصميمية على عكس الزيادة في مقاومة انضغاط الخرسانة.

مثال 7.4

صمم المقاطع الحرجة للعتبة المستمرة في الشكل (8.4) حسي متطلبات الانحناء. اذا كان عرض المقطع حسب المتطلبات المعمارية 350mm ، ومقاومة المواد $f_y = 420\,Mpa$ ، $f'c = 20\,MPa$. يقصد بالمقاطع الحرجة المقاطع ذات العزوم الموجبة والسالبة القصوى داخل كل فضاء. الحمل الاقصى يشمل وزن العتبة.



شكل (8.4)

مخطط عزم الانحناء

تفاصيل العتبة المستمرة للمثال (7.4)

الحل:

تم تحليل العتبة ورسم مخطط العزوم لها كما في الشكل أعلاه باستخدام برنامج(ETABS 2015).
في العتبات المستمرة يتم تصمم العتبة عند المقطع ذو العزم الأقصى ونحتفظ بنفس الأبعاد لذلك المقطع ونغير الحديد عند باقي المقاطع. المقطع ذو العزم الاقصى عند المسند الوسطي حيث العزم السالب له أكبر ما يمكن.

ويمكن ترتيب الحل في الخطوات التالية:

1- تحديد قيمة ρ: ان قيمة ρ يجب ان تحقق الشرط $\rho_{min} \le \rho \le \rho_{max}$ ويفضل أن تكون $\rho \le \rho_t$ حتى يكون معامل خفض المقاومة $\phi = 0.9$.

2- من الجدول(3م) في الملحق فان $\rho_{min} = 0.0033$ و $\rho_t = 0.0191$. سيتم اعتماد $\rho = 0.015$ كمحاولة أولية.

3- يتم ايجاد العمق الفعال بالتعويض في المعادلة(29.4) كما يلي:

$$M_u = \phi M_n = \phi\rho\ bd^2\ f_y(1 - 0.59\,\rho\,\frac{f_y}{f_c'})$$

$$\therefore\ 371.27\,(10^6) = 0.9 \times 0.015 \times 350 \times d^2 \times 420\,(1 - 0.59 \times 0.015 \times \frac{420}{20})$$

$$d^2 = 229792\ mm^2 \qquad \therefore d = 480\ mm$$

4- ثم يتم ايجاد مساحة حديد التسليح: $A_s = \rho\, b\, d = 0.015(350)(480) = 2520\, mm^2$

5- اذا تم اختار قضبان بقطر (30mm) فان عدد القضبان: n= 2520/707=3.56

استخدم حديد تسليح $4\phi30$.

6- العمق الكلي: h=480+15+10+40=545mm ، وللمتطلبات العملية استخدم h=550mm

7- لايجاد حديد التسليح الموجب للفضاء الايسر حيث Mu=128.53kN.m. ولان الابعاد اصبحت محددة فهي نفس أبعاد المقطع السالب أعلاه، عليه نجد ρ من المعادلة:

$$\rho = \frac{1}{m}(1 - \sqrt{1 - \frac{2mR}{fy}})$$

العمق الفعال: d=550-65=485mm كما ان :

$$R = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{128.53 \times 10^6}{0.9 \times 350 \times 485^2} = 1.735$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = \frac{420}{0.85 \times 20} = 24.7$$

$$\therefore \rho = \frac{1}{24.7}(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 1.735 \times 24.7}{420}}) = 0.00437 > \rho_{min} \quad O.K$$

اذن مساحة حديد التسليح تساوي: $As=0.00437 \times 350 \times 485=742\ mm^2$

استخدم 4Ø16 mm وعندئذ تكون المساحة المتوفرة: ($As=4 \times 200=800 > 726\ mm^2$

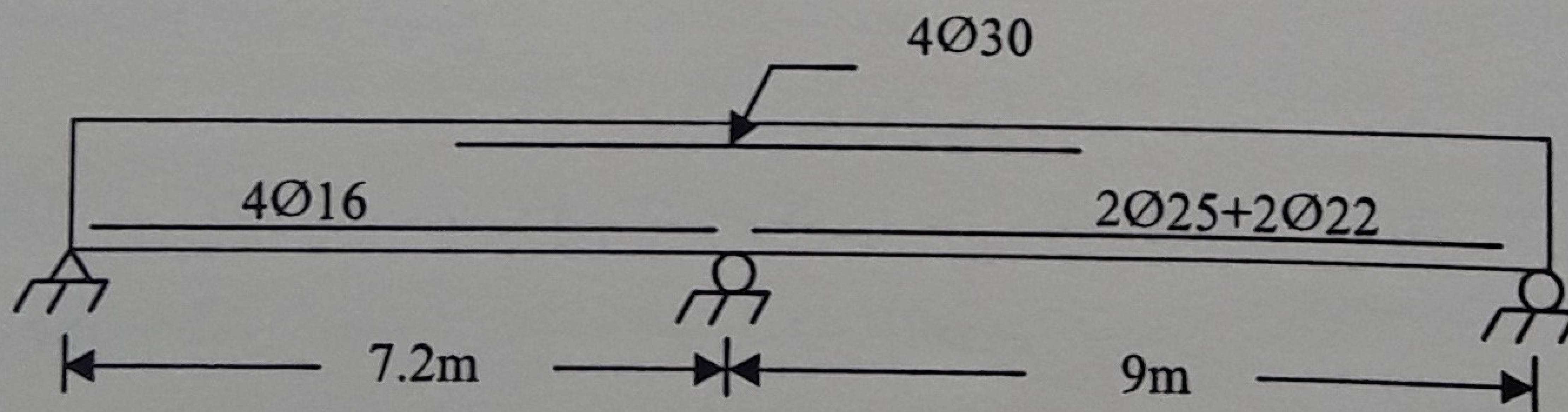
لاحظ أن العمق الفعال: d=550-40-10-8=492mm وهو أكبر من العمق الفعال المعتمد في الحل وهذا يزيد من المقاومة التصميمية وبذلك يزيد الامان.

8- لايجاد حديد التسليح الموجب للفضاء الايمن حيث Mu=277.2 kN.m. نستخدم نفس الطريقة في خطوة 7 أعلاه. وقد وجد أن $As=1698\ mm^2$.

استخدم 2Ø25mm + 2Ø22mm وعندئذ تكون المساحة المتوفرة:

$2x491+2x380=1702\ mm^2 > 1698 mm^2$ O.K

الشكل(9.4) يوضح مخطط حديد التسليح.



شكل (9.4) مخطط تسليح العتبة المستمرة للمثال (7.4)

ملاحظة 2 التصميم المتكامل للعتبات المستمرة يجب أن يتضمن:

1- تدقيق متطلبات الانحراف (Deflection).

2- تصميم القص لتحديد المسافات البينية بين الاتاري المعتمدة (الفصل الخامس).

3- تحديد نقاط قطع الحديد وتدقيق متطلبات التثبيت(الفصل الثامن) .

4- اعداد تفاصيل حديد التسليح الطولي(حديد الانحناء) والعرضي (حديد القص).

سيتم توضيح الخطوات أعلاه في الفصل التاسع حيث سنقدم أمثلة للتصميم المتكامل للعتبات المستمرة.

9.4 استخدم الجداول في التحليل والتصميم :

في بعض الأحيان يمكن تسهيل التحليل والتصميم باستخدام جداول خاصة بذلك وهي تمثل حل لمعادلات التحليل والتصميم .بالنسبة للعتبات مستطيلة المقطع مفردة التسليح يمكن إنشاء جدول للتحليل والتصميم باستخدام المعادلة(29.4) وكما يلي :

$$M_n = \rho bd^2 f_y(1-0.59\rho \frac{fy}{f'_c})$$

بالقسمة على $(f'_c bd^2)$ ينتج :

$$\frac{M_n}{f'_c bd^2} = \rho \frac{f_y}{f'_c}(1-0.59\rho \frac{f_y}{f'_c}) \quad ....(32.4)$$

فإذا رمزنا للمقدار $(\frac{M_n}{f'_c bd^2})$ بالرمز (k) والمقدار $(\rho \frac{f_y}{f'_c})$ بالرمز (ω) .

أي أن :

$$k = \frac{M_n}{f'_c bd^2}$$

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f'_c}$$

فإن المعادلة(32.4) تصبح :

$$k = \omega(1-0.59\omega) \quad ....(33.4)$$

وباختيار قيم ω يمكن حساب قيم (k) وتكوين جدول للعلاقة بين المقاومة الاسمية ونسبة الحديد وهي الطريقة التي اتبعت في إنشاء الجدول رقم (4م) في الملحق .

الصف الأول والعمود الأول تمثل قيم (ω) أما باقي الحقول فتمثل قيم (k) علما أن قيمة (ω) تتكون من ثلاث مراتب اثنين يتم الحصول عليها من العمود الأول والباقي من الصف الأول مثلا عندما تكون قيمة $(\omega = 0.154)$ ويطلب الحصول على قيمة (k) فإننا ننتقل إلى الصف الذي يبدأ بالرقم (0.15) ونتحرك إلى اليمين لحين الوصول إلى العمود الذي يبدأ بالرقم (0.004) فتكون قيمة (k) مساوية إلى (0.14) .

وبالعكس حين تكون قيمة (k) معلومة ويطلب منا إيجاد (ω) مثلا إذا كانت قيمة (k) تساوي (0.16) نلاحظ أن هذا الرقم غير موجود ضمن الجدول فنأخذ الأكبر مباشرة وهو (0.1601) وهو يقابل الصف الذي يبدأ بالرقم (0.17) والعمود الذي يبدأ بالرقم (0.009) يجمع الرقمان للحصول على (ω) أي أن (ω) تساوي (0.179) . ويستخدم الجدول كما يلي :

أ- في التحليل تكون (ω) معلومة يتم إيجاد (k) ومنها نجد (M_n) أو (M_u) .

ب- في التصميم فإن (k) تكون معلومة ومن الجدول نجد (ω) ثم نجد ρ حيث $\rho = \omega \dfrac{f'_c}{f_y}$

<u>مثال 8.4</u>

أعد حل المثال(1.4) عندما تكون مساحة الحديد $As = 2000 mm^2$.

الحل:-

$$\rho = 0.0174$$

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f'_c} = 0.0174 \times \frac{300}{20} = 0.261$$

من الجدول فإن:

$$k = \frac{Mn}{f'_c b d^2} = 0.2208$$

$$\therefore M_n = 0.2208 \times 20 \times 250 \times 460^2 \times 10^{-6} = 233.6\, kN.m$$

$$M_u = 0.9 \times 233.6 = 210\, kN.m$$

<u>ملاحظة3</u> : الجدول معد للقيم التي يسمح بها الكود أي عندما تكون ρ أقل أو تساوي $(\rho_{\max})$ عليه لا يمكن استخدامه لحالة الفشل المتوازن أو فشل الانضغاط واللذين لا يسمح بهما الكود .

<u>مثال 9.4 :</u>

أعد حل المثال (3.4) باستخدام الجدول .

بما أن قيمة (ρ) تم اختيارها بحيث تساوي (0.016) فإن:

$$\omega = \rho \frac{f_y}{f'_c} = 0.224$$

من الجدول فإن

$$k = 0.1994 = \frac{Mn}{\phi\, f_c' b d^2}$$

$$\therefore \frac{129.6\times10^6}{0.9\times30\times bd^2} = 0.1994$$

$$\therefore bd^2 = 24.691\times10^6\, mm^3$$

باقي الخطوات نفسها للمثال (3.4) .

مثال 10.4 :

أعد حل المثال(4.4) باستخدام الجدول .

1- احسب قيمة k حيث

$$k = \frac{M_u}{\phi\, f_c' bd^2} = \frac{360\times10^6}{0.9\times20\times300\times635^2}$$

$$k = 0.1653$$

2-من الجدول فان ω تساوي

$$\omega = 0.186$$

$$\rho = \omega\frac{f_c'}{f_y} = 0.186\times\frac{20}{420} = 0.0088$$

3- باقي الخطوات هي نفسها للمثال 4.4

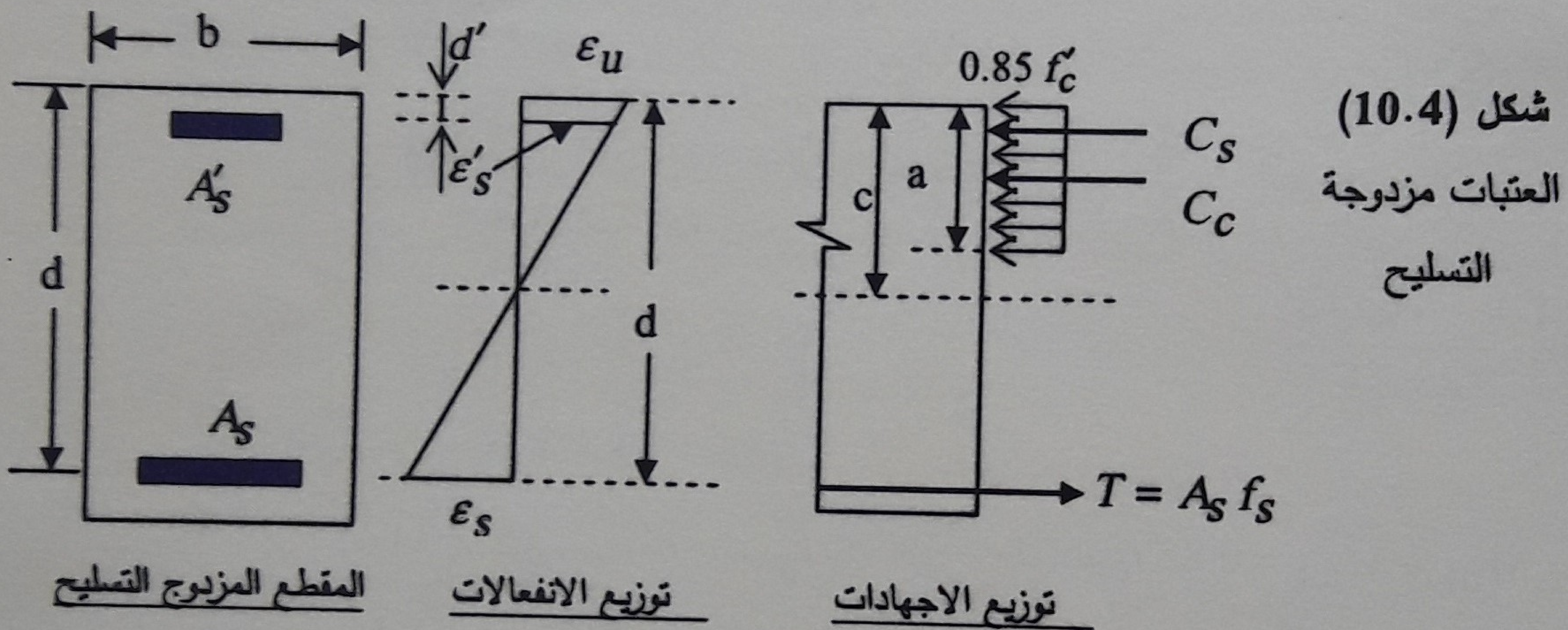
10-4 تحليل وتصميم العتبات الخرسانية المستطيلة المقطع المزدوجة التسليح

Analysis and Design of Doubly Reinforced Rectangular Beams

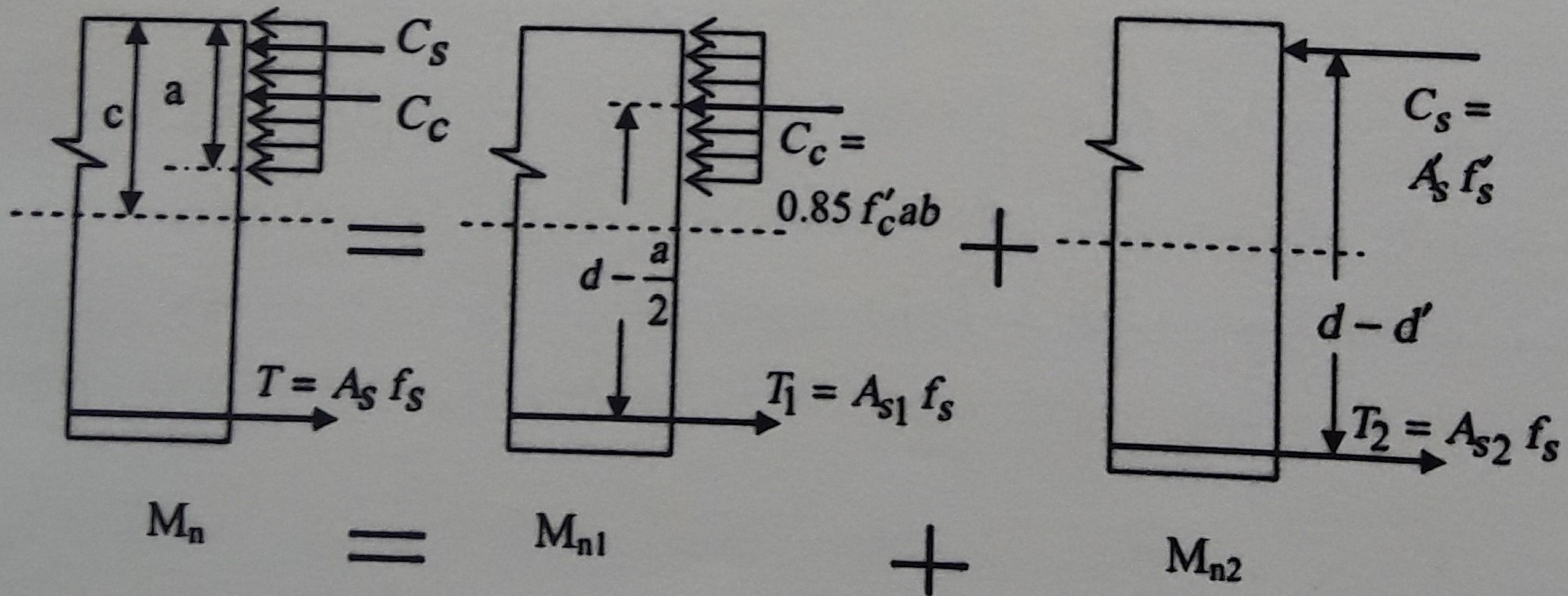
1.10.4 المقدمة :

تصمم العتبات الخرسانية المفردة التسليح على أساس أن الفشل يحدث بالشد وذلك بجعل نسبة الحديد أقل من أو تساوي النسبة القصوى (ρ_{max}) .

في بعض التصاميم تحدد أبعاد العتبة لأسباب معمارية أو غيرها. وعند عدم كفاية المقطع المصمم على الأساس أعلاه على تحمل العزم المسلط فإن إضافة حديد تسليح الشد يؤدي إلى الإخلال بالشرط أعلاه وقد يؤدي إلى أن انفعال الحديد يصبح أقل من (ε_y) وبالتالي حصول فشل الانضغاط وهو ما لا يسمح به الكود وما نحاول تجنبه. لمعالجة ذلك نضيف حديد انضغاط يولد قوة تكافئ حديد الشد الإضافي وبالتالي نحافظ على موقع محور الحيود (c) بما يضمن فشل الشد. وتسمى العتبة عندئذ مزدوجة التسليح. الشكل (10.4) يوضح توزيع الانفعالات والاجهادات لعتبة مزدوجة التسليح .



شكل (10.4)
العتبات مزدوجة التسليح



هذا وقد يضاف حديد تسليح الانضغاط لأسباب أخرى منها :

أ- تقليل الانحراف الحاصل بسبب الزحف .

ب- إسناد الاتاري .

جـ- مقاومة الشد الناتج عن تغيير اتجاه العزم

2.10.4 التحليل :

إن إيجاد المقاومة الاسمية للعزم يعتمد على إجهادات حديد الشد وحديد الانضغاط ويمكن أن يكون بثلاث حالات .

أ- خضوع حديد الشد والانضغاط :

إذا كان حديد الشد والانضغاط يصل إلى مقاومة الخضوع (f_y) عند الفشل فإن التحليل يمكن أن يكون بأن نقسم المقاومة إلى قسمين الأول ناتج عن قوة الانضغاط للخرسانة والقوة المعادلة لها في حديد الشد والثاني ينتج عن قوة الانضغاط لحديد الانضغاط وما يعادله من حديد الشد. لاحظ الشكل (10.4) .

عليه فإن المقاومة يمكن حسابها كما يلي :

$$A'_s f_y = A_{s2} f_y \qquad \therefore A'_s = A_{s2}$$

$$A_{s1} = A_s - A_{s2} = A_s - A'_s$$

$$A_{s1} f_y = .85 f'_c ab$$ من توازن القوى فإن

$$\therefore a = \frac{(A_s - A'_s) f_y}{0.85 f'_c b}$$

بأخذ العزم حول مركز الشد فإن :

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} = 0.85 f'_c ab(d - \frac{a}{2}) + A'_s f_y(d - d') \quad ....(34.4)$$

وبأخذ العزوم حول مركز الضغط للحالتين فإن :

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} = A_{s1} f_y(d - \frac{a}{2}) + A_{s2} f_y(d - d') \quad ....(35.4)$$

لتطبيق المعادلات أعلاه يجب أن ندقق إجهاد حديد الشد ومقارنته مع f_y ، ولأجل ذلك نشتق نسبة حديد الشد التي تسبب الفشل المتوازن (ρ'_b) على فرض أن حديد الانضغاط يصل إلى إجهاد الخضوع (f_y) وكما يلي :

في الفشل المتوازن فإن حديد الشد يصل إلى (f_y) وانفعال الخرسانة يصل إلى $\varepsilon_u = 0.003$ من الشكل (10.4) ومن توافق الانفعالات فإن :

$$\frac{c_b}{d} = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_y} \quad \text{.................................(36.4)}$$

من توازن القوى

$$A_s f_y = 0.85 f_c' ab + A_s' f_y$$

$$\rho_b' bdf_y = 0.85 f_c' \beta_1 c_b b + \rho' bdf_y$$

بالقسمة على (bdf_y) ينتج :

$$\rho_b' = 0.85\beta_1 \frac{f_c'}{f_y} \frac{c_b}{d} + \rho'$$

بالتعويض عن c_b من المعادلة(36.4) فإن :

$$\rho_b' = 0.85\beta_1 \frac{f_c'}{f_y} \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_y} + \rho'$$

وبالتعويض عن $(\varepsilon_u = 0.003)$ و $(\varepsilon_y = f_y / E_s)$ تصبح المعادلة أعلاه :-

$$\rho_b' = 0.85\beta_1 \frac{f_c'}{f_y} \frac{600}{600 + f_y} + \rho' = \rho_b + \rho' \quad \text{..........................(37.4)}$$

حيث:

ρ_b = نسبة التوازن للمقطع مفرد التسليح المعرفة بالمعادلة (16.4)

ρ' = نسبة حديد الانضغاط إلى المقطع الفعال = $\frac{A_s'}{bd}$

ولاجل ضمان فشل الشد فان الكود يتطلب أن لايزيد انفعال الحديد ذو البعد الاقصى عن (0.004). ويمكن ايجاد النسبة القصوى لحديد الشد (ρ_{max}') والتي تسبب هذا الانفعال بنفس الطريقة أعلاه على أن يتم استبدال الانفعال ε_y بالانفعال (0.004) وهي تساوي :

$$\rho_{max}' = 0.85\beta_1 \frac{f_c'}{f_y} \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + 0.004} + \rho' = \rho_{max} + \rho' \quad \text{.......................(38.4)}$$

حيث :

ρ_{max} = النسبة القصوى لحديد الشد للمقطع مفرد التسليح والمعرفة بالمعادلة (20.4)

ρ' = نفس التعريف السابق .

وفي التصميم يجب الالتزام بالتحديد أعلاه .

ب– خضوع حديد الشد وعدم خضوع حديد الانضغاط :

التحليل أعلاه يكون صحيحا في حال وصول حديد الشد وحديد الانضغاط إلى حد الخضوع . في حال عدم خضوع حديد الانضغاط فإن التحليل أعلاه لا يصح لأن عمق محور الحيود يصبح أكبر وكذلك عمق منطقة الانضغاط (والذي تم إيجاده على أساس خضوع حديد الشد والانضغاط) يتغير أيضا. ولا يجوز عندئذ استخدام المعادلات السابقة مباشرة.

إن العامل المؤثر على وصول إجهاد الانضغاط إلى حد الخضوع هو كمية حديد الشد ذلك لأن زيادة حديد الشد تؤدي إلى زيادة عمق محور الحيود (c) وبالتالي زيادة انفعالات حديد الانضغاط ووصوله إلى حد الخضوع. ولأجل تدقيق خضوع حديد الانضغاط نشتق معادلة لإيجاد نسبة حديد الشد التي تسبب خضوع حديد الانضغاط ، وكما يلي :

من الشكل (10.4) ومن توافق الانفعالات فإن :

$$\frac{c}{d'} = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u - \varepsilon_y}$$

$$\therefore c = \frac{600}{600 - f_y} d' \quad \text{...(39.4)}$$

من توازن القوى فإن :

$$A_s f_y = 0.85 f'_c ab + A'_s f_y$$

وبالقسمة على bdf_y فإن :

$$\rho'_{cy} = 0.85 \beta_1 c \frac{f'_c}{f_y d} + \rho' \quad \text{..................................(40.4)}$$

عوض عن قيمة (c) من المعادلة (39.4)ينتج :

$$\rho'_{cy} = .85 \beta_1 \frac{600}{600 - f_y} \frac{f'_c}{f_y} \frac{d'}{d} + \rho' \quad \text{...........................(41.4)}$$

عندما تكون $\rho \geq \rho'_{cy}$ فإن حديد الانضغاط يصل إلى (f_y) والتحليل في (أ) صحيح . أما عندما تكون $\rho < \rho'_{cy}$ فإن حديد الانضغاط لا يصل إلى (f_y) وهنا يجب إعادة اشتقاق نسبة التوازن لحديد الشد والتي تم اشتقاقها على أساس أن حديد الانضغاط لحاله التوازن يصل إلى حد الخضوع حيث أن خضوع حديد الانضغاط عند فشل الشد يجعل خضوعه مؤكدا في حالة التوازن لأن (c) تكون أكبر مما يؤدي إلى أن انفعالات حديد الانضغاط تكون أكبر وهذا يؤكد وصوله إلى حد الخضوع. أما إذا كان حديد الانضغاط لا يصل إلى حد الخضوع عند فشل الشد فإن وصوله إلى حد الخضوع لحالة التوازن يصبح غير مؤكد مما يجعل من الضروري تدقيق انفعاله لحالة التوازن واشتقاق نسبة التوازن لهذه الحالة عندما يكون انضغاط الحديد أقل من حد الخضوع وكما يلي:

من توافق الانفعالات فإن :

$$\frac{\varepsilon'_s}{c_b - d'} = \frac{\varepsilon_u}{c_b}$$

$$\therefore \varepsilon'_s = \frac{c_b - d'}{c_b}\varepsilon_u$$

$$f'_s = E_s\varepsilon'_s = E_s\varepsilon_u \frac{c_b - d'}{c_b} = E_s\varepsilon_u(1-\frac{d'}{c_b})$$

وبالتعويض عن c_b من المعادلة(36.4) فإن :

$$f'_s = E_s\varepsilon_u(1-\frac{\varepsilon_u+\varepsilon_y}{\varepsilon_u}\frac{d'}{d}) = E_s\left[\varepsilon_u-(\varepsilon_u+\varepsilon_y)\frac{d'}{d}\right].\le f_y \text{............(42.4)}$$

وبالتعويض عن قيم E_s و ε_u في المعادلة أعلاه فأن:

$$f'_s = 600-(600+f_y)\frac{d'}{d} \le f_y$$

من توازن القوى فإن

$$A_s f_y = 0.85 f'_c ab + A'_s f'_s$$

وبالتعويض عن (c_b) من المعادلة(36.4) أيضا

والقسمة على (bdf_y) فإن :

$$\rho'_b = 0.85\beta 1\frac{f'_c}{f_y}\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u+\varepsilon_y}+\rho'\frac{f'_s}{f_y}$$

وبالتعويض عن $(\varepsilon_u = 0.003)$ و $(\varepsilon_y = f_y / E_s)$ تصبح المعادلة أعلاه :-

$$\rho'_b = 0.85\beta 1\frac{f'_c}{f_y}\frac{600}{600+f_y}+\rho'\frac{f'_s}{f_y} = \rho_b+\rho'\frac{f'_s}{f_y} \text{ ....(43.4)}$$

حيث :

ρ_b = نسبة التوازن للمقطع مفرد التسليح المعرفة بالمعادلة (16.4). ρ' = نفس التعريف السابق

ويمكن اشتقاق النسبة القصوى لحديد الشد (ρ'_{max}) التي يسمح بها الكود وهي النسبة التي تسبب انفعال حديد الشد مقداره (0.004) بنفس الطريقة أعلاه على أن يتم استبدال الانفعال (ε_y) بالمقدار (0.004) وكما يلي:

$$f'_s = E_s\left[\varepsilon_u-(\varepsilon_u+0.004)\frac{d'}{d}\right].\le f_y$$

$$\rho'_{max} = 0.85\beta 1\frac{f'_c}{f_y}\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u+0.004}+\rho'\frac{f'_s}{f_y} = \rho_{max}+\rho'\frac{f'_s}{f_y} \text{ ....(44.4)}$$

حيث :

ρ_{max} = النسبة القصوى لحديد الشد للمقطع مفرد التسليح المعرفة بالمعادلة (20.4)

ρ' = نفس التعريف السابق .

ويجب الالتزام بالتحديد أعلاه عند التصميم .

هنا يعاد تدقيق خضوع حديد الشد أي هل أن $(\rho \leq \rho'_b)$ فإذا تحقق الشرط نستمر بالتحليل أدناه والانتقل إلى الحالة (جـ) .أن اجهاد حديد الانضغاط (f'_s) أعلاه يخص حالة التوازن أو حالة الحديد الاقصى المسموح به ولا علاقة له بالاجهاد الحقيقي لحديد الانضغاط حيث أن (f'_s) لا زالت مجهولة ويجب إيجادها ويتم ذلك كما يلي:

من توازن القوى فإن :

$$A_s f_y = 0.85\, f'_c ab + A'_s f'_s$$

من توافق الانفعالات فإن :

$$\varepsilon'_s = \frac{c - d'}{c} \varepsilon_u$$

$$f'_s = E_s \varepsilon_s = 600 \frac{c - d'}{c}$$

وبالتعويض في معادلة التوازن أعلاه فإن:

$$A_s f_y = 0.85 \beta_1 f'_c bc + 600 A'_s \frac{c - d'}{c} \quad \text{.......................................} (45.4)$$

وهي معادلة من الدرجة الثانية تحل للحصول على c ومنها نجد a فتكون مقاومة الانحناء كما يلي :

$$M_n = 0.85\, f'_c ab(d - \frac{a}{2}) + A'_s f'_s (d - d') \quad \text{................................} (46.4)$$

هذا ويمكن حل المعادلة(45.4) بدلالة الرموز وكما يلي :

$$c(A_s f_y - 600 A'_s) = 0.85 \beta_1 f'_c bc^2 - 600 A'_s d'$$

$$c^2 - \frac{A_s f_y - 600 A'_s}{0.85 \beta_1 f'_c b} c - \frac{600 A'_s d'}{0.85 \beta_1 f'_c b} = 0$$

وباستخدام الرموز التالية :

$$k_1 = \frac{A_s f_y - 600 A'_s}{0.85 \beta_1 f'_c b}, \qquad k_2 = \frac{600 A'_s d'}{0.85 \beta_1 f'_c b}$$

وحل المعادلة بالدستور فإن :

$$c = \frac{k_1 + \sqrt{k_1^2 + 4k_2}}{2} \quad \text{......................................} (47.4)$$

ج- عدم وصول حديد الشد إلى حد الخضوع :

في التصميم لايسمح الكود بهذه الحالة لكنها ممكنة الحدوث وهي تحصل عندما $\rho > \rho_b'$ وهنا لا يمكن استخدام المعادلات السابقة لأنها جميعا اشتقت على أساس أن $f_s = f_y$. على أن هناك احتمالان بالنسبة إلى حديد الانضغاط . الأول هو وصول الحديد إلى حد الخضوع والثاني عدم وصوله .

ويتم التحليل بكتابة معادلة التوازن والتوافق كما مر بنا على أن يتم التعويض عن f_s ، f_s' بدلالة (c) فتتكون لدينا معادلة من الدرجة الثانية وكما يلي :

توازن القوى

$$A_s f_s = 0.85 f_c' \beta_1 cb + A_s' f_s'$$

من توافق الانفعالات

$$f_s = 600\frac{d-c}{c} \qquad f_s' = \frac{c-d'}{c}600$$

$$A_s\frac{d-c}{c}600 = 0.85\beta_1 f_c' cb + A_s' 600\frac{c-d'}{c} \quad \text{.....................(48.4)}$$

بحل المعادلة أعلاه نحصل على قيمة c ومنها يعاد حساب f_s' فإذا كانت أقل أو تساوي (f_y) فالحل صحيح. أما إذا كانت أكبر من (f_y) فيعاد حل المعادلة بوضع $f_s' = f_y$ وحساب (c) ومنها نحسب (a) حيث $a = \beta_1 c$ وحساب f_s ، f_s' من المعادلات أعلاه ثم إيجاد Mn من المعادلة التالية :

$$M_n = 0.85 f_c' ab(d - \frac{a}{2}) + A_s' f_s'(d - d') \quad \text{..........................(49.4)}$$

الملخص :

1- إحسب ρ ، ρ_{cy}' ، ثم احسب ρ_b' من المعادلة(37.4) عندما $\rho \geq \rho_{cy}'$ أو المعادلة (43.4) عندما $\rho < \rho_{cy}'$.

2- إذا كانت $\rho \leq \rho_b'$ ، $\rho \geq \rho_{cy}'$ فإن التحليل يكون باستخدام المعادلات(34.4) أو(35.4)

3- إذا كانت $\rho \leq \rho_b'$ و $\rho < \rho_{cy}'$ في هذه الحالة نحسب c من المعادلة (47.4) ثم نحسب (M_n) باستخدام المعادلة (46.4).

4- أما إذا كانت $\rho > \rho_b'$ فإن الحل يتم بإيجاد قيمة (c) بحل المعادلة (48.4) وإيجاد f_s f_s' واستخدام المعادلة (49.4) لإيجاد المقاومة الاسمية.

.

طريقة ثانية للتحليل :

يمكن تحليل العتبات مزدوجة التسليح بتحديد نوع العتبة هل هي ناقصة أو فائضة التسليح من توافق الانفعالات دونما حاجة إلى حساب ρ'_b ، ρ'_{cy} وهي طريقة تعتمد للمقاطع المستطيلة وغير المستطيلة بينما الطريقة السابقة تخص المقاطع المستطيلة فقط . خطواتها كما يلي :

1- أحسب عمق منطقة الانضغاط (a) من معادلة التوازن بفرض أن $f_s = f_y$ و $f'_s = f_y$

2- أحسب ε_s ، ε'_s من توافق الانفعالات واحسب ε_y وكما يلي :

$$\varepsilon_u = 0.003 \quad \text{حيث} \quad ، \quad \varepsilon_s = \varepsilon_u \frac{d-c}{c} \quad ، \quad \varepsilon'_s = \varepsilon_u \frac{c-d'}{c} \quad ، \quad \varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s}$$

3- إذا كان $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$ ، $\varepsilon'_s \geq \varepsilon_y$ ، يتم حساب المقاومة الاسمية باستخدام المعادلة (34.4) أو (35.4) . هذه الحالة تعني خضوع حديد الشد والانضغاط .

4- إذا كانت $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$ ، $\varepsilon'_s < \varepsilon_y$ نحسب قيمة c بنفس الحالة (ب) سابقاً على أن يعاد التدقيق بالنسبة للانفعالات اعتماداً على قيمة (c)الجديدة ثم نحسب M_n باستخدام المعادلة (46.4)

5- أما إذا كانت $\varepsilon_s < \varepsilon_y$ (أي عدم خضوع حديد الشد) فالتحليل حسب الحالة (ج) للطريقة السابقة .

3.10.4 حساب المقاومة التصميمية

أن حساب المقاومة التصميمية يتطلب تحديد معامل خفض المقاومة (ϕ). متطلبات الكود لتحديد هذا المعامل هي نفسها لحالة المقاطع مفردة التسليح وهي تعتمد على قيمة الانفعال لحديد الشد ذو البعد الاقصى. عليه يتم حساب الانفعال ثم نحسب (ϕ) باعتماد التحديدات الواردة في الفقرة (7.4). ويمكن اشتقاق نسبة حديد الشد (ρ'_t) التي تسبب انفعال مقداره $(\varepsilon_t = 0.005)$ حيث تكون $(\phi = 0.9)$ بنفس طريقة اشتقاق (ρ_{max}) ماعدا أن قيمة (ε_t) تؤخذ مساوية الى (0.005) لهذه الحالة. عليه فأن :

أ- لحالة خضوع حديد الشد والانضغاط :

$$\rho'_t = 0.85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + 0.005} + \rho' = \rho_t + \rho' \text{..........................} (50.4)$$

ب- لحالة خضوع حديد الشد وعدم خضوع حديد الانضغاط:

$$f'_s = E_s\left[\varepsilon_u - (\varepsilon_u + 0.005)\frac{d'}{d}\right]. \leq f_y$$

$$\rho'_t = 0.85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y}\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + 0.005} + \rho'\frac{f'_s}{f_y} = \rho_t + \rho'\frac{f'_s}{f_y} \quad \text{.......................(51.4)}$$

حيث ρ_t = نسبة حديد الشد للمقطع مفرد التسليح والتي تسبب انفعال (0.005) وهي معرفة بالمعادلة (21.4).

ويمكن تحديد قيم (ϕ) بحساب (ε_t) دونما حاجة الى المعادلتين أعلاه.

4.10.4 التصميم Design

عند تصميم العتبات مفردة التسليح فإن نسبة الحديد تؤخذ مساوية إلى (ρ_{max}) وذلك لضمان حدوث فشل الشد. عند كون المقطع محدد لأسباب معمارية أو خدمية وغير كافي لمقاومة العزم المسلط إذا صمم على الأساس أعلاه فإن المعالجة تكون كما بينا سابقا بإضافة حديد الانضغاط وحديد شد يقابله بحيث نحتفظ بنفس عمق محور الحيود للحالة التي تكون فيها ($\rho = \rho_{max}$) وبذا نضمن فشل الشد. ولحساب حديد تسليح الشد والانضغاط لهذه الحالة نتبع ما يلي:

1- حساب العزم التصميمي من تحليل المنشأ .

2- حساب ρ_{max} من المعادلات أو الجدول (3م) في الملحق.

3- حساب ρ من الجدول (4م) في الملحق أو من المعادلة (31.4) فإذا كانت $\rho \le \rho_{max}$ فالمقطع مفرد التسليح يصمم حسب الفقرة السابقة وإلا فهو مزدوج التسليح يصمم بالخطوات اللاحقة .

4- إحسب العزم التصميمي الأقصى الذي يولده الحديد الأقصى المسموح به حسب الكود (As_{max}) باستخدام المعادلات التالية وهنا سنرمز إلى As_{max} بالرمز As_1 و $M_{u}max$ بالرمز M_{u1} تماشيا مع الرموز المستخدمة في التحليل. علما أن قيمة (ϕ) لهذه الحالة تساوي: $\phi = 0.65 + 0.25 \ \dfrac{(\varepsilon_y - \varepsilon_{ty})}{(0.005 - \varepsilon_{ty})}$

$$A_{s1} = \rho_{max} bd$$

كما يمكن اعتماد $\rho = \rho_t$ حيث تكون قيمة $\phi = 0.9$

$$a = \frac{A_{s1}\, f_y}{0.85\, f'_c b} \quad \text{...(52.4)}$$

$$M_{u1} = \phi\, M_u = \phi\, A_{s1}\, f_y(d - \frac{a}{2}) \quad \text{.......................(53.4)}$$

5- حساب عزم التصميم الذي يجب أن يقاومه حديد الانضغاط A'_s وحديد الشد الذي يقابله حيث أن العزم التصميمي يجب أن يساوي :

$$M_u = M_{u1} + M_{u2}$$

$$\therefore M_{u2} = M_u - M_{u1} \qquad \text{...(54.4)}$$

M_u = عزم التصميم الناتج عن تحليل المنشأ.

M_{u1} = العزم الناتج عن حديد الشد وانضغاط الخرسانة .

M_{u2} = العزم الناتج عن حديد الانضغاط وحديد الشد الذي يقابله .

6- حساب إجهاد حديد تسليح الانضغاط

$$c = a / \beta_1$$

$$\varepsilon'_s = \frac{c - d'}{c} \varepsilon_u$$

$$f'_s = E_s \varepsilon'_s = 600 \frac{c - d'}{c} \le f_y \qquad \text{...(55.4)}$$

7- حساب حديد الانضغاط من معادلة التوازن :

$$A'_s = \frac{M_{u2}}{\phi\ f'_s (d - d')} \qquad \text{...(56.4)}$$

8- حساب حديد الشد الذي يقابل حديد الانضغاط من المعادلة :

$$A_{s2}\ f_y = A'_s\ f'_s \qquad \therefore A_{s2} = \frac{A'_s\ f'_s}{f_y} \qquad \text{.................(57.4)}$$

9- حساب حديد الشد الكلي

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \qquad \text{...(58.4)}$$

10- أختر قطر القضبان واحسب عددها ودقق المسافات حسب متطلبات الكود.

ملاحظة4 : يتطلب الكود أن لا تزيد نسبة حديد التسليح للشد عن : $\rho'_{max} = \rho_{max} + \rho' \frac{f'_s}{f_y}$

وذلك لضمان فشل الشد حيث أن الانفعال عند تحقيق المطلب أعلاه يكون $(\varepsilon_t \ge 0.004)$ ولا داعي لتدقيق ذلك عند التصميم بالطريقة اعلاه لأنه متحقق أصلا. اذ أن التصميم تم باختيار $\varepsilon_t \ge 0.004$ وتثبيت بعد محور الحيود الذي يحقق هذا الانفعال ومن ثم تم ايجاد كميات الحديد على هذا الاساس عليه فالشرط أعلاه متحقق .

ملاحظة5 : تم إهمال النقصان القليل في مساحة الخرسانة الناتج عن حديد الانضغاط.

ملاحظة6 لمنع انبعاج(Buckling) قضبان الانضغاط فان الكود(فقرة ACI 9.7.6.4) يتطلب تحقيق مايلي:

1- يجب احاطة حديد الانضغاط على طول مسافة امتداده بحديد عرضي على شكل أتاري مغلقة(Closed stirrups) أو أطواق بحيث لاتزيد المسافة بين مراكزها عن:

أ- 16 مرة بقدر قطر القضبان الطولية ب- 48 مرة بقدر قطر الطوق ج - البعد الأصغر لمقطع العتبة .

ويجب أن تدقق المسافة أعلاه مع متطلبات القص(الفصل الخامس) حيث تعتمد المسافة الاقل.

2- يجب أن ترتب الأطواق بحيث يتم ربط التسليح الرئيسي بصورة متناوبة بزاوية لاتزيد عن 135^o على أن لاتزيد المسافة الصافية بين أي قضيب والقضيب المسند المجاور له عن(150mm) فإذا زادت المسافة عن ذلك فيجب أن يربط أيضا.

مثال 11.4 :

إحسب مقاومة الانحناء الاسمية للمقطع الخرساني المزدوج التسليح في الشكل (11.4). إذا كان

أ- $A_s = 4000mm^2$ ب- $A_s = 5000mm^2$ ج- $A_s = 8000mm^2$

و $f'_c = 30MPa$ ، $f_y = 350\,MPa$ ، $A'_s = 2500mm^2$.

الحل :

هذا المثال يخص تحليل العتبات المستطيلة المقطع المزدوجة التسليح .

$\rho' = \frac{A'_s}{bd} = 0.02$ ، من جدول 3م في الملحق فان $\beta 1 = 0.836$, $\rho_b = 0.0385$

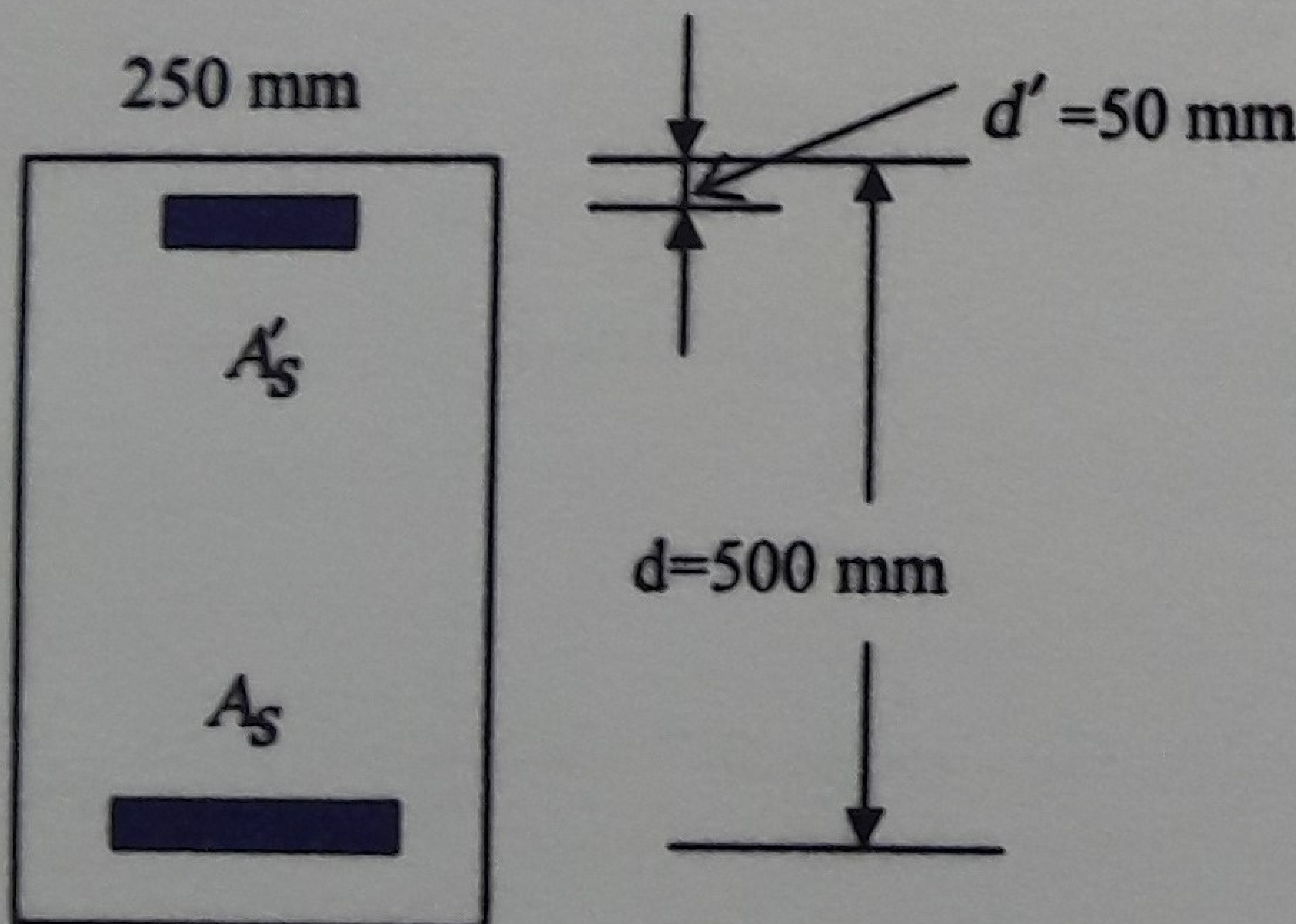
$$\rho'_{cy} = 0.85\beta_1 \frac{f'_c}{fy}\frac{d'}{d}\frac{600}{600 - fy} + \rho' = 0.0346$$

أ:-

$$\rho = \frac{4000}{500 \times 250} = 0.032$$

بما أن $\rho < \rho'_{cy}$ فإن حديد الانضغاط لايصل إلى حد الخضوع (f_y). ندقق خضوع حديد الشد بحساب ρ'_b من المعادلة (43.4):

$$f'_s = 600 - (600 + f_y)\frac{d'}{d} = 505\,MPa > f_y \quad \therefore\ f'_s = 350\ MPa$$



شكل (11.4)
مقطع العتبة للمثال
(11.4)

بما أن $\rho < \rho'_b$ عليه فحديد الشد يصل إلى حد الخضوع .

$$\therefore \rho'_b = \rho_b + \rho' = 0.039 + 0.02 = 0.059$$

الأن نجد (c)من المعادلة (47.4) وكما يلي :-

$$k_1 = \frac{A_s f_y - 600 A'_s}{0.85 \beta_1 f'_c b} = \frac{4000(350) - 600(2500)}{(0.85)(0.836)(30)(250)} = -18.8$$

$$k_2 = \frac{600\ A'_s d'}{0.85\ \beta_1\ f'_c b} = \frac{600 \times 2500 \times 50}{(0.85)(0.836)(30)(250)} = 14072$$

$$c = \frac{k_1 + \sqrt{{k_1}^2 + 4k_2}}{2} = \frac{-18.8 + \sqrt{(-18.8)^2 + 4 \times 14072}}{2}$$

$c = 109.6\ mm$ $\qquad$ $a = \beta_1 c = 91.6\ mm$

$$f'_s = \frac{c - d'}{c} 600 = \frac{109.6 - 50}{109.6} \times 600 = 326.3\ MPa$$

$$M_n = 0.85\ f'_c ab(d - \frac{a}{2}) + A'_s f'_s (d - d')$$

$$M_n = [0.85 \times 30 \times 250 \times 91.6(500 - \frac{91.6}{2}) + 2500 \times 326.3(500 - 50)] \times 10^{-6}$$

$$M_n = 632.4\ kN.m$$

<u>ب :-</u>

$\rho'_{cy} = 0.0346$ $\qquad$ (من الفرع السابق)

$$\rho = \frac{5000}{250(500)} = 0.04$$

بما أن $\rho > \rho'_{cy}$ عليه نحسب ρ'_b من المعادلة (38.4):

$\rho'_b = \rho_b + \rho' = 0.059$ $\qquad$ (من الفرع السابق)

بما أن $\rho < \rho'_b$ و $\rho > \rho'_{cy}$ فان $f_s = f_y$ ، $f'_s = f_y$

$$a = \frac{(A_s - A'_s)\ f_y}{0.85\ f'_c b} = \frac{2500 \times 350}{0.85 \times 30 \times 250} = 137.30 \qquad A_{s2} = A'_s = 2500\ mm^2$$

$$M_n = 0.85\ f'_c ab(d - \frac{a}{2}) + A'_s f'_s (d - d')$$

$$M_n = [0.85 \times 30 \times 137.3 \times 250(500 - \frac{137.3}{2}) + 2500 \times 350 \times 450] \times 10^{-6}$$

$$M_n = 771.3\ kN.m$$

جـ :-

$$\rho = \frac{8000}{250 \times 500} = 0.064 > 0.057$$

عليه فان $fs < fy$ (فشل انضغاط). أما بالنسبة لحديد الانضغاط فانه يصل إلى حد الخضوع $f'_s = f_y$ ذلك لاننا في الفرع السابق وجدنا أن $f'_s = f_y$ لحالة التوازن وحيث أن الحديد هنا أكثر فان عمق محور الحيود سيكون اكبر وبالتالي استمرار خضوع حديد الانضغاط .

من المعادلة (48.4) فان:

$$A_s \frac{d-c}{c}(600) = 0.85\beta_1 f'_c cb + A'_s f_y$$

$$\therefore 8000(\frac{500-c}{c})(600) = (0.85)(30)(0.836)(c)(250) + 2500(350)$$

بالدستور فان

$$c = 323mm$$

$$\therefore f_s = 600\frac{500-c}{c} = 328.8\ MPa \qquad a = \beta_1 c = 274.6mm$$

$$M_n = 0.85 f'_c ab(d - \frac{a}{2}) + A'_s f_y (d - d') = 1028.7\ kN.m$$

طريقة ثانية للحل :-

أ- من معادلة التوازن وبفرض أن $f'_s = f_y$ ، $f_s = f_y$ فان :-

$$4000 \times 350 = 0.85 \times 30 \times a \times 250 + 2500 \times 350 \qquad \therefore a = 82.4$$

$$\therefore c = a / \beta_1 = 98.6$$

$$\varepsilon'_s = \frac{98.6 - 50}{98.6}\varepsilon_u = 0.0015 \qquad \varepsilon_s = \frac{d-c}{c}\varepsilon_u = 0.0122$$

$$\varepsilon_y = \frac{fy}{E_s} = \frac{350}{200000} = 0.00175$$

بما أن $\varepsilon'_s < \varepsilon_y$ فان $f'_s < f_y$. يتم حساب c بنفس الطريقة السابقة ثم نحسب (ε_s) اعتماداً على قيمة (c) الجديدة وكما يلي:

$$\varepsilon_s = \frac{d-c}{c}\varepsilon_u = \frac{500 - 109.6}{109.6} \times .003 = 0.0107 > \varepsilon_y$$

عليه فحديد الشد يصل إلى حد الخضوع . باقي الحل نفسه للطريقة السابقة .

ب:-

يتم حساب (a) من معادلة التوازن

$$5000 \times 350 = 0.85 \times 30a \times 250 + 2500 \times 350 \qquad \therefore a = 137.3\ mm$$

$$c = 137.3 / 0.836 = 164.23mm$$

$$\varepsilon_s' = \frac{c-d'}{c}\varepsilon_u = \frac{114.23}{164.23}\times(0.003) = 0.0021 > \varepsilon_y \quad \therefore\ f_s' = f_y$$

$$\varepsilon_s = \frac{d-c}{c}\varepsilon_u = \frac{500-164.23}{164.23}\times.003 = 0.006 > \varepsilon y \quad \therefore\ f_s' = f_y$$

ثم يتم إيجاد M_n بنفس الطريقة السابقة .

جـ:-

من معادلة التوازن وعلى افتراض أن $f_s' = f_y$ ، $f_s = f_y$ فان :-

$a = 302\,mm$

عليه فان $c = 361\,mm$ ثم نحسب ε_s من توافق الانفعالات .

$$\varepsilon_s = \frac{d-c}{c}\varepsilon_u = 0.00116 < \varepsilon_y$$

عليه فان حديد الشد لايصل إلى حد الخضوع (عكس مالفترضنا). يعاد الحل بكتابة معادلة التوازن بدلالة (c) وإكمال الحل بنفس الطريقة السابقة. **يلاحظ من هذه الطريقة أن الفرق بينها وبين الطريقة السابقة هو في تدقيق خضوع حديد الشد وحديد الانضغاط فقط .**

مثال 12.4 :

عتبة خرسانية مسلحة ذات عرض (b = 300mm) وعمق كلي(h = 600 mm) يسلط عليها عزم ميت خدمي بضمنه العزم الناتج عن الوزن الذاتي للعتبة مقداره 200 kN.m وعزم حي خدمي مقداره (180kN.m) . احسب مساحة وتفاصيل حديد التسليح باستخدام $f_c' = 30\ MPa$ ، $f_y = 420\,MPa$

الحل : هذا المثال يخص تصميم عتبة ذات إبعاد معلومة

لإيجاد العمق الفعال نطرح (100mm) من العمق الكلي فيصبح

d = h -100=500 mm

1- نحسب Mu حيث $M_u = 1.2M_D + 1.6M_L = 528\,kN.m$

2- نحسب ρ_{max} . ويمكن استخدام الجدول رقم (3م) في الملحق $\rho_{max} = 0.0218$

3- نحسب ρ من المعادلة $\rho = \frac{1}{m}\left(1-\sqrt{1-\frac{2mR}{f_y}}\right)$

حيث $m = \frac{420}{.85\times30} = 16.47 \qquad R = \frac{Mu}{\phi bd^2} = 7.82 \qquad \phi = 0.9$

$$\therefore \rho = \frac{1}{16.47}(1 - \sqrt{1 - \frac{2\times 16.47\times 7.82}{420}}) = 0.023$$

بما أن $\rho > \rho_{max}$ عليه فالمقطع يجب أن يصمم على أنه مزدوج التسليح .

4- نحسب A_{s1}

$$A_{s1} = \rho_{max} bd = 0.0218\times 300\times 500 = 3270\, mm^2$$

$$a = \frac{A_{s1} f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{3270\times 420}{0.85\times 30\times 300} = 179.5\, mm$$

نحسب قيمة معامل خفض المقاومة من المعادلة(b.23.4) :

$$\phi = 0.483 + 83.33\varepsilon_y = 0.816$$

$$M_{u1} = \phi M_{n1} = 0.816\times 3270\times 420(500 - \frac{179.5}{2})\times 10^{-6} = 459.8\, kN.m$$

5- نحسب M_{u2}

$$M_{u2} = M_u - M_{u1} = 528 - 459.8 = 68.2 kN.m$$

6- نحسب إجهاد حديد الانضغاط (افرض $d' = 60mm$)

$$c = a / \beta_1 = 215\ mm$$

$$f'_s = \frac{c - d'}{c}600 = 600\frac{215 - 60}{215} = 432\, MPa > fy \quad \therefore\ f'_s = f_y$$

7- نحسب مساحة حديد الانضغاط

$$A'_s = \frac{M_{u2}}{\phi\ f'_s(d - d')} = \frac{68.2\times 10^6}{0.816\times 420\times (500 - 60)} = 452\, mm^2$$

8- نحسب مساحة حديد الشد الذي يقابل حديد الانضغاط

$$A_{s2} = A'_s = 452\ mm^2$$

9- حديد الشد الكلي

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 3270 + 452 = 3722\, mm^2$$

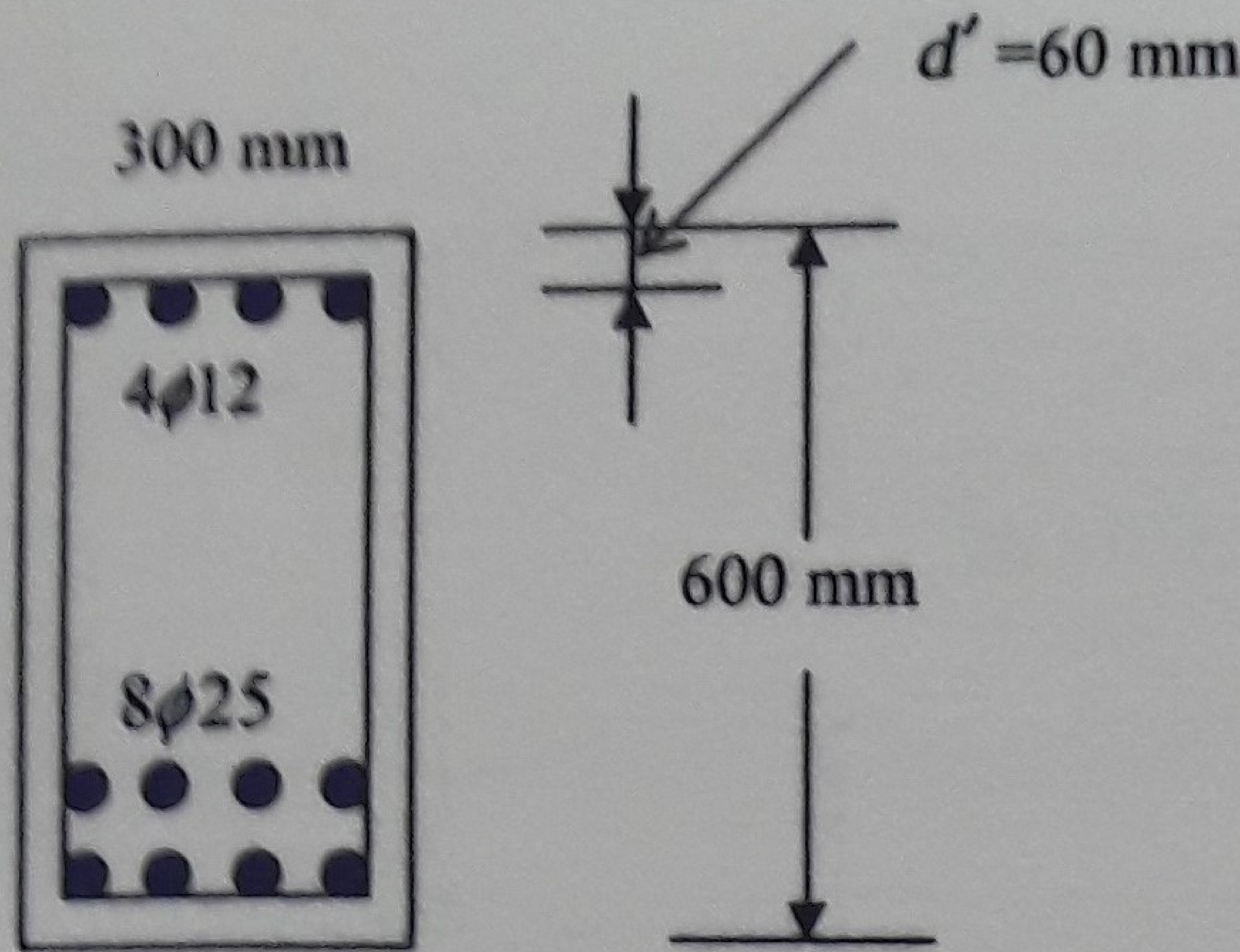
10- إذا تم اختيار قضبان نوع ($\phi 25$)فان $A_b = 491\, mm^2$ عليه يكون عدد قضبان حديد الشد $n = \frac{3722}{491} = 7.6$. استخدم ($8\phi 25$) لحديد الشد . وإذا تم استخدام قضبان ($\phi 12$) لحديد الانضغاط فان عدد القضبان يكون: $n = 452/113 = 4$. استخدم ($4\phi 12$)

تدقيق المسافات (لطبقتين) :

$$s = \frac{300 - 100 - 4\times 25}{3} = 33.33 > 25mm$$

تدقيق العمق الفعال :-

$$d = 600 - (13 + 25 + 10 + 40) = 512 > 500mm$$



شكل (12.4)

مقطع العتبة للمثال (12.4)

والشكل (12.4) يوضح تفاصيل المقطع لهذا المثال .

مثال 13.4 :

العتبة البسيطة الإسناد الموضحة في الشكل (13.4) عرض مقطعها يساوي (360mm) وعمقها الكلي يساوي (600mm) . خواص المواد لها $f'_c = 20\ MPa$ ، $f_y = 420 MPa$ إذا كانت هناك حاجة لحديد الانضغاط فان $d' = 60mm$. احسب مساحة وتفاصيل الحديد للمقطع الحرج

الحل :- العمق الفعال (بفرض طبقتي تسليح) $d = h - 100 = 500mm$

$P_u = 100 \times 1.6 = 160\ kN$

$W_U = 46.8 \times 1.2 = 56.16$

1- نحسب العزم التصميمي

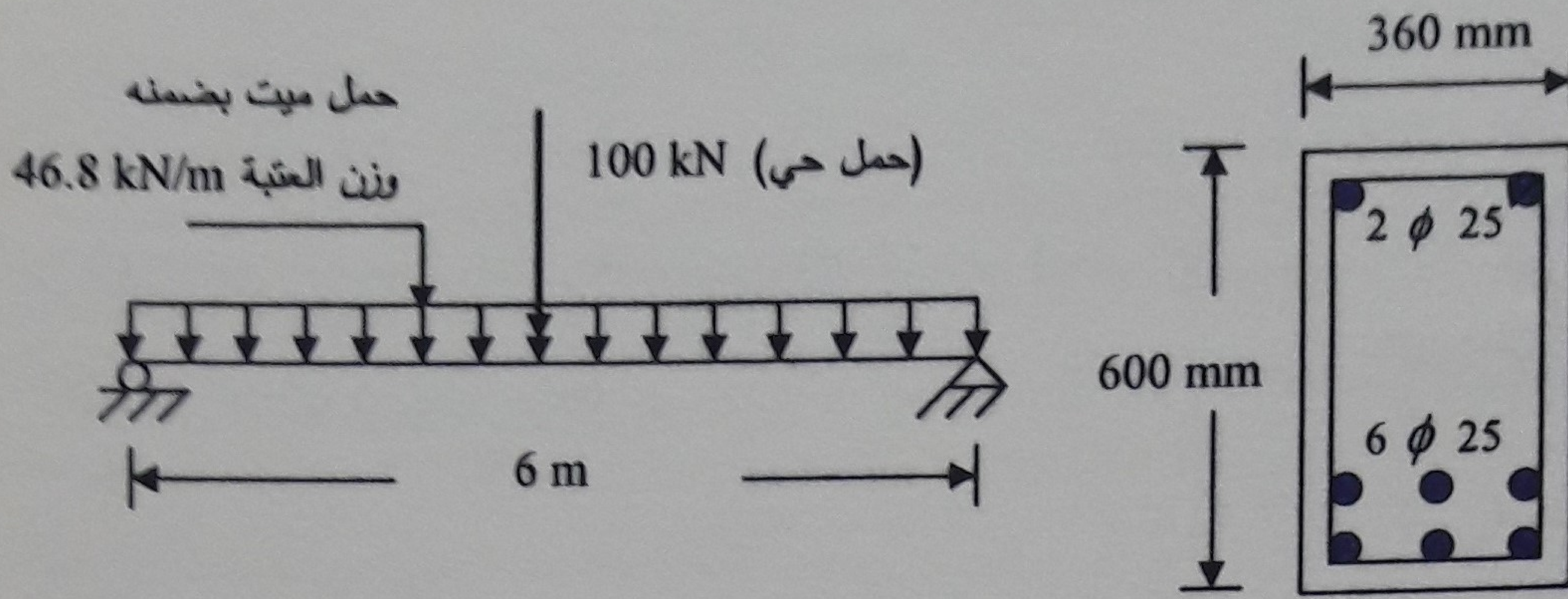
$$Mu = \frac{P_U L}{4} + W_U \frac{L^2}{8}$$

$$M_u = 160 \times \frac{6}{4} + 56.16 \times \frac{6^2}{8} = 492.72 kN.m$$

2- من الجدول رقم (3م) في الملحق $\rho_{max} = 0.0147$

3- نحسب ρ

$$m = \frac{420}{.85 \times 20} = 24.7 \qquad R = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{492.72 \times 10^6}{0.9 \times 360 \times 500^2} = 6.08$$



شكل (13.4) تفاصيل العتبة للمثال (13.4)

$$\rho = \frac{1}{m}(1 - \sqrt{1 - \frac{2mR}{fy}}) = 0.019$$

بما إن $\rho > \rho_{max}$ عليه فالمقطع يصمم على انه مزدوج التسليح .

4- نحسب A_{s1} :

$$A_{s1} = \rho_{max} bd = 0.0147 \times 360 \times 500 = 2646\ mm^2$$

$$a = \frac{A_{s1} f_y}{0.85\ f'_c b} = \frac{2646 \times 420}{0.85 \times 20 \times 360} = 182\ mm$$

$$M_{u1} = \phi M_{n1} = 0.816 \times 2646 \times 420(500 - \frac{182}{2}) \times 10^{-6} = 371\ kN.m$$

5- تحسب M_{u2}

$$M_{u2} = M_u - M_{u1} = 492.72 - 371 = 121.72\ kN.m$$

6- نحسب إجهاد حديد الانضغاط :

$$c = a / \beta 1 = 214$$

$$f'_s = \frac{c - d'}{c} 600 = \frac{214 - 60}{214}(600) = 432 MPa > fy$$

$$\therefore\ f'_s = f_y = 400\ MPa$$

7- نحسب مساحة حديد الانضغاط:

$$A'_s = \frac{M_{u2}}{\phi\ f'_s(d - d')} = \frac{121.72 \times 10^6}{0.816 \times 420(500 - 60)} = 807\ mm^2$$

8- مساحة حديد الشد الذي يقابل حديد الانضغاط $A_2 = A'_s = 807\,mm^2$

9- حديد الشد الكلي $As = 2646 + 807 = 3453\,mm^2$

10- لحديد الشد يمكن اختيار قضبان نوع ($\phi 28$) عليه فالعدد $n = \dfrac{3453}{616} = 5.6$

نستخدم ($6\phi 28$)بطبقتين وندقق المسافة $S = \dfrac{360 - 100 - 3\times 28}{2} = 88\,mm$

$S = 88\ mm > 28\ mm \quad O.K$

بالنسبة لحديد الانضغاط نستخدم ($2\phi 25$) فتكون المساحة المتوفرة

$2\times 491 = 982 > 807\ mm^2 \quad O.K$

تفاصيل المقطع موضحة على الشكل(13.4)

مثال 14.4 :

لنفس العتبة في المثال السابق، أ- جد مسافة امتداد حديد الانضغاط. ب- ثم احسب المسافات البينية للحديد العرضي.

الحل:

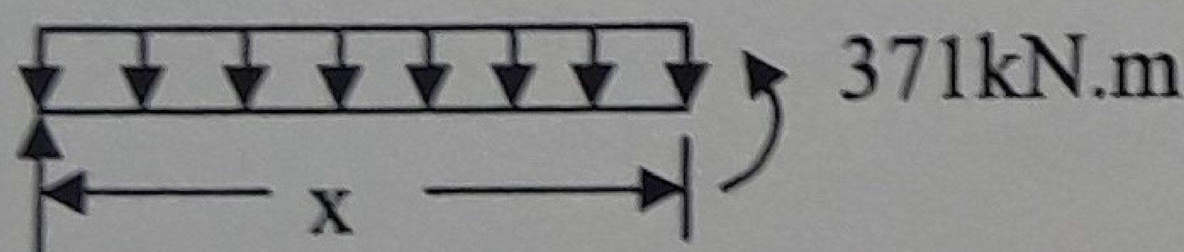
أ- مسافة امتداد حديد الانضغاط

من الناحية النظرية يتم قطع حديد الانضغاط عندما تكون المقاومة التصميمية للمقطع المسلح بحديد شد فقط مساوية الى العزم التصميمي. أي في النقاط التي يكون فيها العزم التصميمي مساويا الى M_{u1}=371 kN.m. ويمكن حل السؤال بطريقتين، الاولى من مخططي القص والعزم والثانية من توازن القوى والعزوم.

هنا سنتبع الطريقة الثانية: في البداية نجد مقدار رد فعل المسند للاحمال القصوى:

$R = 160/2 + 56.16(3) = 248.48\,kN$

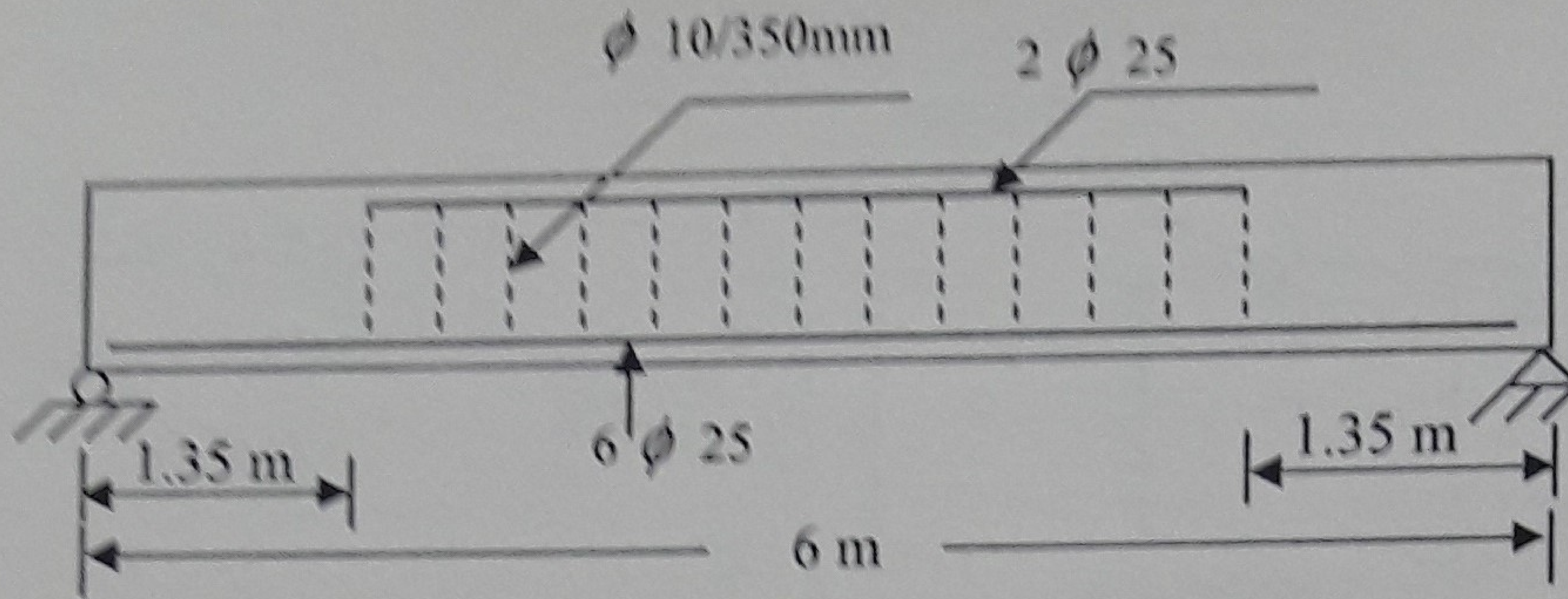
لنفرض أن نقطة القطع تبعد عن المسند مسافة x فتكون معادلة توازن العزوم(بأخذ العزم حول نقطة القطع لاحظ الشكل المجاور):



$248.48x - 51.16\,x^2/2 = 371$

وبحل المعادلة بالدستور فان: x = 1.84m

وحسب الكود فان قضبان تسليح الانحناء يجب أن تمد بعد نقطة القطع مسافة بمقدار ($12d_b$=300mm) أو(d=500mm) أيهما أكبر. عليه فان نقطة القطع يجب أن تمد مسافة 500mm بعد نقطة القطع النظرية . أي أن بعد نقطة القطع عن المسند تساوي:



شكل (14.4) تفاصيل تسليح العتبة للمثال (14.4)

1.85-0.5=1.35m . ان المسافة بين نقطة العزم الاقصى(منتصف العتبة في هذه الحالة) ونقطة القطع يجب أن تدقق حسب متطلبات التثبيت لقضبان الانضغاط (الفصل الثامن).

ب- المسافات البينية للحديد العرضي

أما بالنسبة للأطواق فنستخدم ($\phi 10mm$) عليه تكون المسافة بين الأطواق (s) أقل أو تساوي المسافة القصوى المعرفة أدناه(راجع ملاحظة 6):

$$s_{max} \le \begin{cases} 48 \times 10 = 480mm \\ 16 \times 25 = 400mm \\ 360mm \end{cases}$$

عمليا استخدم s=350mm . ويجب أن تدقق هذه المسافة مع متطلبات القص(الفصل الخامس) حيث تعتمد المسافة الاقل.

الشكل(14.4) يوضح مسافة امتداد حديد الانضغاط وتفاصيل التسليح العرضي(الأطواق)

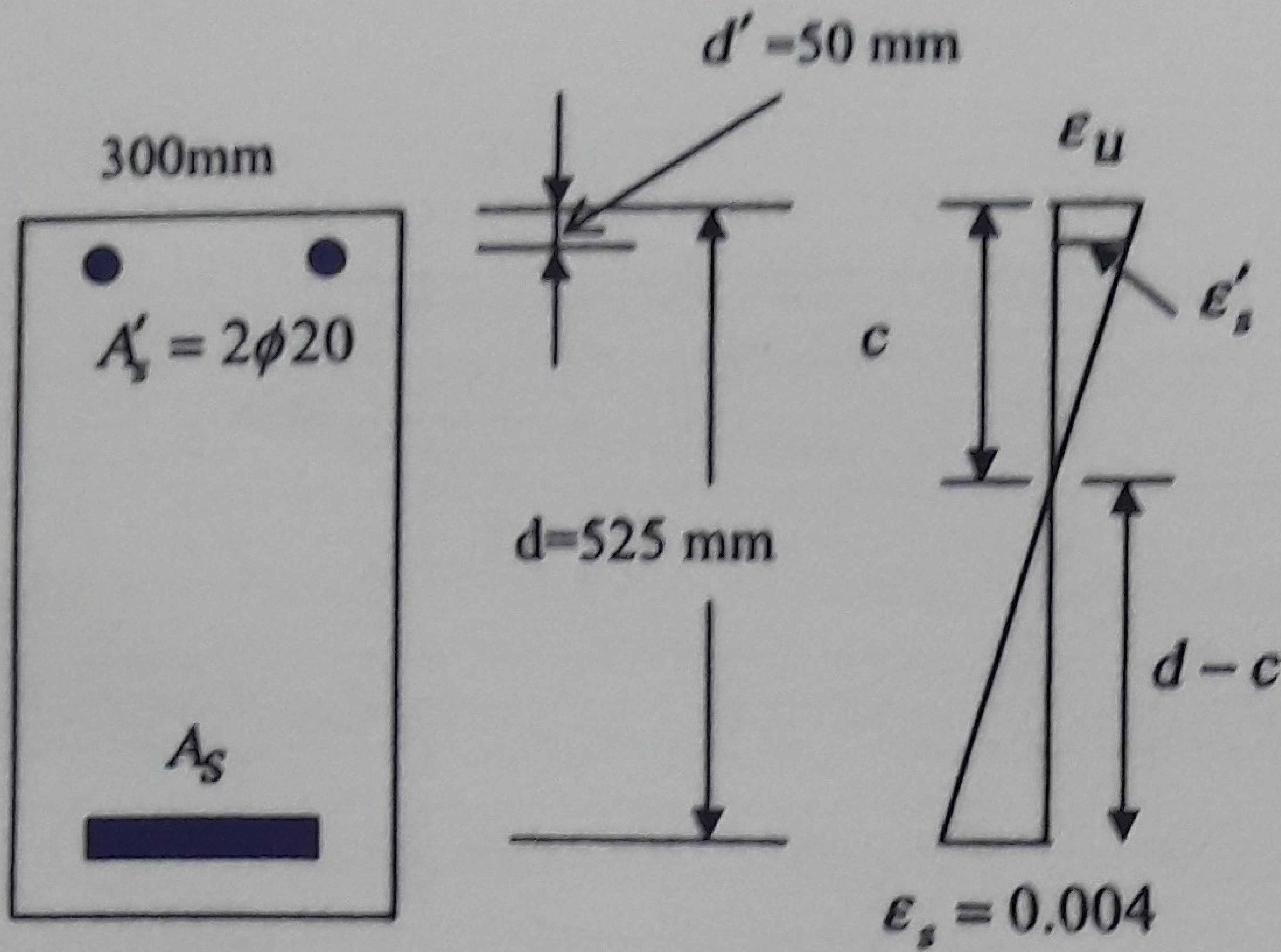
مثال 15.4 :

لمقطع العتبة المزدوجة التسليح في الشكل(15.4). جد أقصى حديد شد يسمح به الكود. ثم جد أقصى عزم تصميمي يمكن تسليطه على المقطع حسب متطلبات الكود. خواص المواد $f_c' = 30\ MPa$ ، $f_y = 420 MPa$.

الحل:

أقصى حديد تسليح شد يسمح به الكود هو الذي يؤدي الى أقل انفعال(لضمان فشل الشد). ان أقل انفعال يسمح به الكود وهو(0.004). رسم الانفعالات لهذه الحالة موضح على الشكل. كما أن أقصى عزم يمكن تسليطه على المقطع هو عندما يكون تسليح الشد أقصى ما يمكن أي عند ما يكون انفعال حديد الشد مساويا الى (0.004) أيضا ويمكن تنظيم الحل بالخطوات التالية:

1- بما أن $\varepsilon_s = 0.004$ وهو أكبر من من $\varepsilon_y = 0.002$ فان $f_s = f_y = 420\ MPa$



شكل (15.4)
مقطع العتبة للمثال
(15.4)

2- بما أن $\varepsilon_s = 0.004$ فان قيمة Ø يمكن ايجادها من المعادلة(b.23.4) وهي تساوي 0.816

3- من جدول 3م في الملحق فان $\beta 1 = 0.836$

4- من تناسب الانفعالات فان: $\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + 0.004} = \frac{c}{d}$ عليه فان $c = \frac{3}{7} d = 225mm$

5- وبذا تكون قيمة a: $a = \beta 1 c = 188\, mm$

6- من تناسب الانفعالات فان: $\frac{\varepsilon'_s}{\varepsilon_u} = \frac{c - d'}{c}$ عليه فان $\varepsilon'_s = 0.003 \times \frac{225-50}{225} = 0.0023$

كما ان $f'_s = 200000(0.0023) = 460\, MPa > f_y$ ، أذن $f'_s = f_y = 420\, MPa$

7- من معادلة التوازن $A_S f_y = 0.85\, f'_c ab + A'_S f'_s$ فان:

$$A_s(420) = 0.85(30)(188)(300) + 2(314)(420)$$

اذن مساحة حديد الشد القصوى تساوي: $A_s = 4052\, mm^2$

8- بأخذ العزوم حول مركز حديد الشد فان:

$$M_u = \phi M_n = \phi \{ (0.85)\, f'_c ab(d - \frac{a}{2}) + A'_s f'_s (d - d') \}$$

$$M_u = \phi \left[0.85(30)(188)(300)(525 - \frac{188}{2}) + 628(420)(525-50) \right] \times 10^{-6} = 608\, kN.m$$

وهو أقصى عزم تصميمي حسب متطلبات الكود.

11.4 تحليل وتصميم العتبات على شكل حرف(T) Analysis and Design of T-Beams

1.11.4 المقدمة : عندما تصب البلاطات الخرسانية والعتبات سوية وهو الذي يحصل على الأغلب فان جزءاً من البلاطة يعمل مع العتبات في تحمل الانضغاط. ومما يساعد على تحقيق ذلك وجود الاتاري التي تربط حديد تسليح البلاطة مع حديد تسليح العتبات. لذا يؤخذ جزء من البلاطة عند التحليل والتصميم مع العتبة المستطيلة وتسمى العتبة عندئذٍ (T-Beam)، لاحظ الشكل (16.4). يسمى جزء البلاطة الأعلى الجناح (flange) أما الجزء المستطيل الأسفل فيسمى الجذع (web). إن إجهاد الانحناء في الجناح غير منتظم حيث يكون اكبر فوق الجذع مباشرة ويقل كلما زاد البعد عن الجذع، لذا فان الكود (ACI 6.3.2) يحدد عرضاً معيناً للجناح يسمى العرض الفعال للجناح (effective flange width) وكما يلي:

1- للعتبات التي تتصل ببلاطة من الجهتين يجب أن لايزيد الجزء البارز من العرض الفعال من كل جهة (W_f) عن ثمن فضاء العتبة الصافي(L_n) أو ثماني مرات بقدر سمك البلاطة (h_f) أو نصف المسافة الصافية إلى العتبة المجاورة(s_w) أي أن:

$$W_f \leq \begin{cases} L_n/8 \\ 8h_f \\ s_w/2 \end{cases} \quad \text{...}(a.59.4)$$

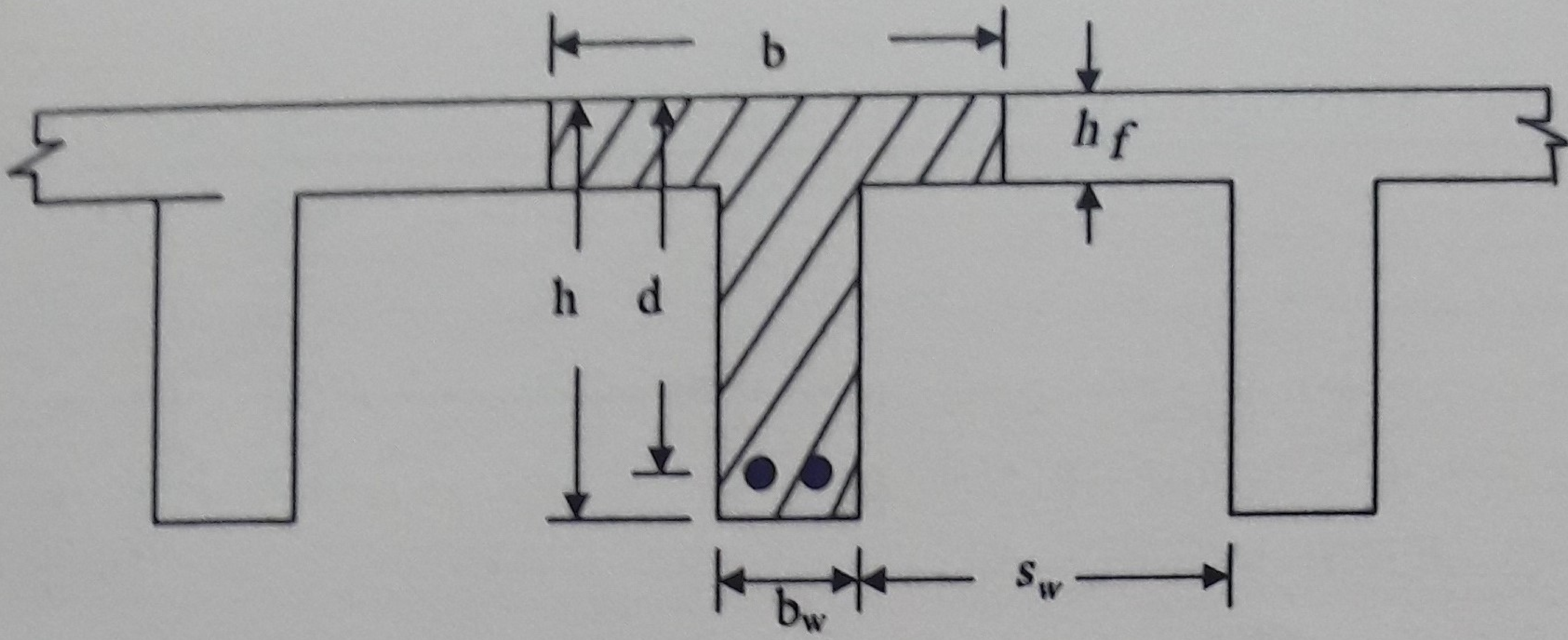
واذا كانت الفضاءات على جهتي العتبة متناظرة فان العرض الفعال للجناح يجب ان لايزيد عن:

$$b \leq \begin{cases} b_w + L_n/4 \\ b_w + 16h_f \\ b_w + s_w \end{cases} \quad \text{...}(b.59.4)$$

2- للعتبة التي لها بلاطة من جانب واحد (تسمى عادة L-beam) فان الخزء البارز من العرض الفعال البارز يجب أن لايزيد عن (1/12) طول فضاء العتبة الصافي أو ست مرات بقدر سمك البلاطة أو نصف المسافة الصافية إلى العتبة المجاورة أي أن:

$$W_f \leq \begin{cases} L_n/12 \\ 6h_f \\ s_w/2 \end{cases} \quad \text{...}(a.60.4)$$

وبالتالي فان العرض الفعال b يجب أن لا يزيد عن:



الشكل (16.4) العتبات على شكل (T)

$$b \leq \begin{cases} b_w + L_n/12 \\ b_w + 6h_f \\ b_w + s_w/2 \end{cases} \qquad \text{(b.60.4)}$$

3- للعتبات المنفصلة التي يستعمل فيها الجناح لتوفير مساحة انضغاط اضافية فان سمك الجناح يجب أن لايقل عن نصف عرض الجذع. والعرض الكلي يجب أن لايزيد عن أربع مرات بقدر عرض الجذع أي أن:

$$\left.\begin{matrix} h_f \geq b_w/2 \\ b \leq 4b_w \end{matrix}\right\} \qquad (61.4)$$

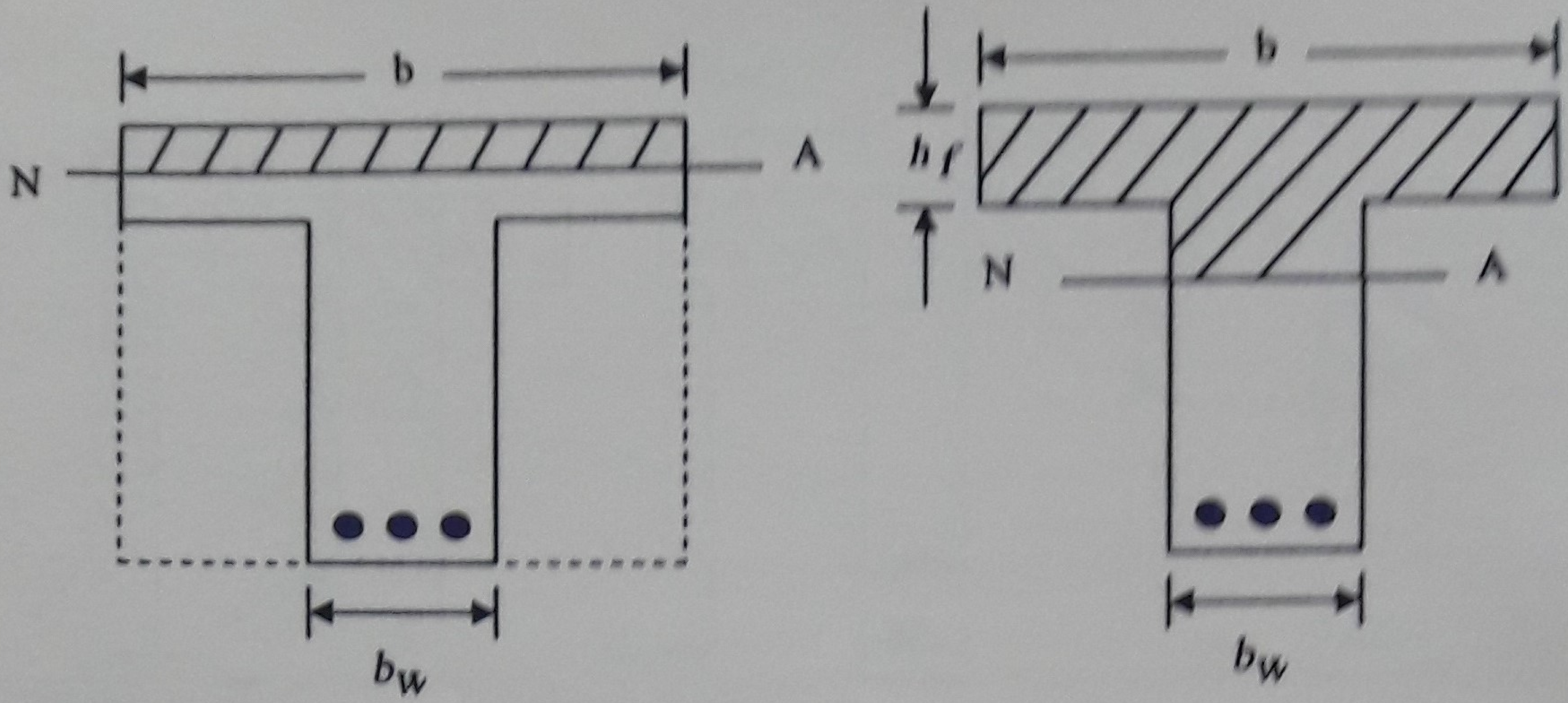
2.11.4 التحليل Analysis

قد يقع محور الحيود ضمن الجناح أو ضمن الجذع يعتمد ذلك على إبعاد البلاطة، مقاومة المواد المستعملة وكمية حديد التسليح، لاحظ الشكل (17.4).

عندما يكون عمق محور الحيود ضمن الجناح فان العتبة تحلل على أساس أنها عتبة مستطيلة بإبعاد (b×d) ذلك لان الخرسانة أسفل محور الحيود لا تؤثر على التحليل (لأنها لاتحمل شدأ) سواءاً تم اعتبار الشكل الحقيقي (T-beam) أو الشكل المستطيل المكافئ له في التحليل وهنا نطبق معادلات المقطع المستطيل المفرد التسليح (فقرة 8.4).

ولأننا نعتمد في التحليل والتصميم على الشكل المستطيل المكافئ لتوزيع الاجهادات في الخرسانة فان العتبة يمكن اعتبارها مستطيلة إذا كان عمق منطقة الانضغاط ضمن الجناح أي اقل أو يساوي (h_f). وعلى فرض أن عمق الانضغاط (a) ضمن الجناح و$(f_s = f_y)$ فان:

$$A_s f_y = 0.85 f'_c ab \qquad \therefore a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} \qquad (62.4)$$



شكل (17.4) موقع محور الحيود للعتبة (T)

فاذا كانت (a) اقل أو تساوي (h_f) فان التحليل يتم على أساس أن العتبة مستطيلة كما ذكرنا أعلاه. أما إذا كانت (a) اكبر من (h_f) فان التحليل يتم كما يلي(لاحظ الشكل 18.4):

نفرض أن إجهادات الشد للحديد = f_y ونقسم الحديد إلى قسمين هما:

A_{sf} = مساحة الحديد التي توازن انضغاط الجناح.

A_{sw} = مساحة الحديد التي توازن انضغاط الجذع.

ويمكن إيجاد مساحة الحديد (A_{sf}) من توازن القوى وكما يلي:

$$A_{sf}\, f_y = 0.85\, f'_c (b - b_w) h_f$$

$$A_{sf} = \frac{0.85\, f'_c (b - b_w) h_f}{f_y} \quad \text{.......................................(63.4)}$$

أما المقاومة الاسمية التي تولدها قوة الشد لهذا الحديد وقوة انضغاط جانبي الجذع فهي تساوي:

$$M_{n1} = A_{sf}\, f_y \left(d - \frac{h_f}{2}\right) \quad \text{.......................................(64.4)}$$

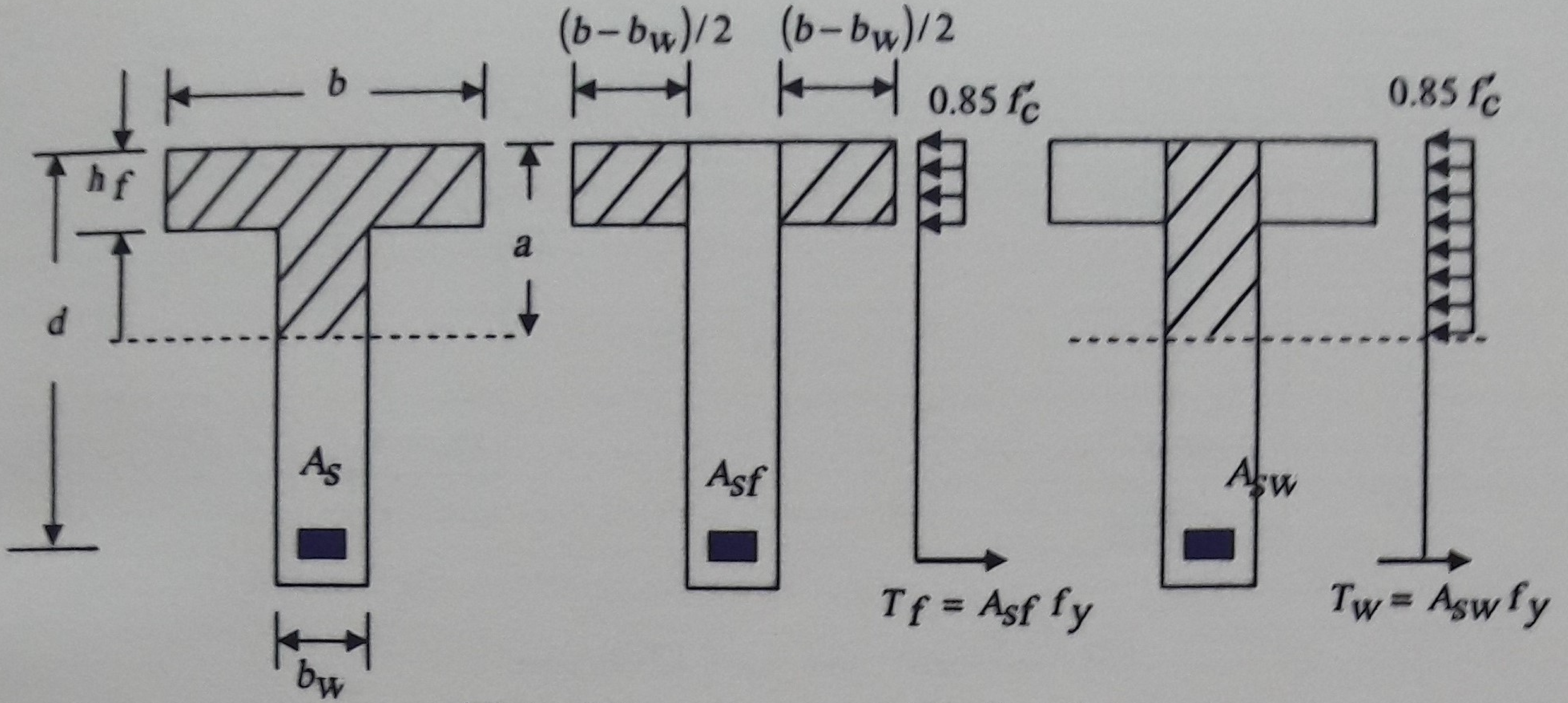
أما قوة الشد في الجزء المتبقي من الحديد (A_{sw}) فتعادلها قوة انضغاط خرسانة الجذع .

إن عمق منطقة انضغاط الجذع يمكن إيجادها من توازن القوى أيضاً وكما يلي:

$$A_{sw} = A_s - A_{sf}$$

$$A_{sw} f_y = 0.85\, f'_c a b_w$$

$$a = \frac{A_{sw} f_y}{0.85\, f'_c b_w} \quad \text{.......................................(65.4)}$$



شكل (18.4) قوى الشد والانضغاط للعتبة (T)

المقاومة الأسمية لهذا الجزء من الحديد وقوة انضغاط الجذع هي:

$$M_{n2} = A_{sw} f_y (d - \frac{a}{2}) \quad \text{......................................(66.4)}$$

عليه فالمقاومة الاسمية الكلية للمقطع هي:

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} = A_{sf} f_y (d - \frac{h_f}{2}) + A_{sw} f_y (d - \frac{a}{2}) \quad \text{....................(67.4)}$$

أو يمكن إيجادها من المعادلة:

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} = 0.85 f'_c [(b - b_w) h_f (d - \frac{h_f}{2}) + a b_w (d - \frac{a}{2})] \quad \text{.......(68.4)}$$

<u>3.11.4 تدقيق خضوع حديد التسليح :</u>

في التحليل أعلاه تم افتراض أن حديد التسليح يصل إلى (f_y) ولتدقيق ذلك نقارن نسبة حديد الشد التي تؤخذ كنسبة من مساحة الجذع ($b_w d$) مع النسبة التوازنية لحديد التسليح التي تسبب وصول الخرسانة إلى الانفعال الأقصى (0.003) والحديد إلى (f_y) في أن واحد عند الفشل. علماً أن النسبة التوازنية تؤخذ نسبة إلى مساحة الجذع أيضاً ويمكن اشتقاقها كما يلي لاحظ الشكل (19.4):

من توازن القوى:

$$A_s f_y = 0.85 f'_c \beta_1 c b_w + 0.85 f'_c (b - bw) h_f$$

وحيث أن

$$A_{sf} f_y = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f$$

فان

$$A_s f_y = 0.85 f'_c \beta_1 c b_w + A_{sf} f_y$$

من توافق الانفعالات فان:

$$\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y + \varepsilon_u} = \frac{c_b}{d}$$

$$\therefore c_b = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y + \varepsilon_u} d$$

وبالتعويض في معادلة التوازن والقسمة على $(b_w d f_y)$ نحصل على:

$$\frac{A_s}{b_w d} = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_y} + \frac{A_{sf}}{b_w d}$$

وإذا رمزنا إلى:

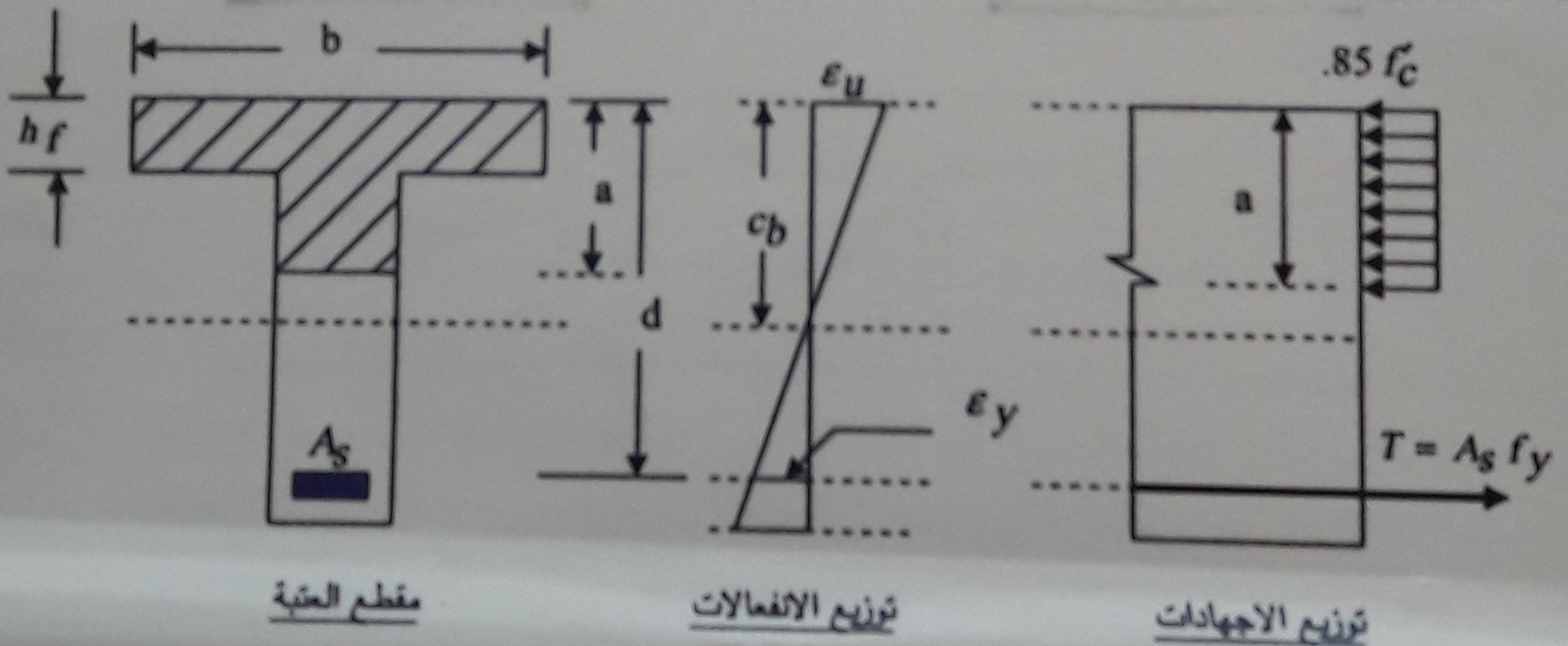
$$\frac{A_s}{b_w d} = \rho_{wb} \quad \text{و} \quad \frac{A_{sf}}{b_w d} = \rho_f$$

نحصل على:

$$\rho_{wb} = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_y} + \rho_f$$

وبالتعويض عن $(\varepsilon_u = 0.003)$ وعن $(\varepsilon_y = f_y / E_s)$ حيث $(E_s = 200000)$ في المعادلة أعلاه نحصل على:

$$\rho_{wb} = 0.85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{600}{600 + f_y} + \rho_f = \rho_b + \rho_f \quad \text{..............................(69.4)}$$



شكل (19.4) توزيع الاجهادات والانفعالات للعتبة (T)

حيث:

ρ_{wb} = نسبة التوازن للعتبة على شكل (T)

ρ_b = نسبة التوازن للجزء المستطيل والمعرفة بالمعادلة (16.4).

ρ_f = نسبة الحديد الذي توازن قوة انضغاط الجناح.

إن جميع النسب أعلاه تؤخذ نسبة إلى مساحة الجذع ($b_w d$) (حسب الاشتقاق أعلاه) ويتم حساب ($\rho_w = \dfrac{A_s}{b_w d}$) وتقارن مع($\rho_{wb}$) فإذا كانت اقل منها فالتحليل أعلاه صحيح أما إذا كانت ($\rho_w > \rho_{wb}$)فالمقع فائض التسليح وعندئذ لايمكن اعتماد التحليل السابق لان a وكذلك fs تصبح غير معلومة. وللتحليل نكتب (f_s) بدلالة (c) وكما يلي:

من توافق الانفعالات:

$$\frac{\varepsilon_s}{d-c} = \frac{\varepsilon_u}{c}$$

$$\therefore \varepsilon_s = \frac{d-c}{c}\varepsilon_u$$

$$f_s = E_s\varepsilon_s = E_s\varepsilon_u \frac{d-c}{c} = 600\frac{d-c}{c} \text{..........................}(70.4)$$

وبالتعويض في معادلة التوازن

$$A_s f_s = 0.85\, f'_c(b-bw)h_f + 0.85\, f'_c a b_w$$

ينتج ما يلي:

$$A_s 600\frac{d-c}{c} = 0.85\, f'_c(b-b_w)h_f + 0.85\beta_1\, f'_c c b_w \text{...........}(71.4)$$

وبحل المعادلة أعلاه نحصل على c ومنها نحسب (a) حيث:

$$a = \beta_1 c$$

وتحسب المقاومة الاسمية كما يلي (بأخذ العزوم حول حديد الشد):

$$M_n = 0.85\, f'_c(b-b_w)h_f(d-\frac{h_f}{2}) + 0.85\, f'_c a b_w(d-\frac{a}{2}) \text{...............}(72.4)$$

إن كون العتبة (T) فائضة التسليح نادر الحدوث (فضلاً عن انه غير مسموح به من قبل الكودعند التصميم) ذلك لان منطقة الانضغاط الكبيرة نسبياً التي يوفرها الجناح تؤدي إلى كون عمقها قليل وبالتالي يصبح عمق محور الحيود قليلاً مؤدياً إلى كون ($\varepsilon_s > \varepsilon_y$) وبالتالي كون العتبة ناقصة التسليح.

هذا ويتطلب الكود أن لايزيد انفعال الحديد ذو البعد الاقصى عن (0.004) وذلك لضمان فشل الشد ويمكن اشتقاق النسبة القصوى لحديد الشد التي تسبب الانفعال أعلاه بنفس طريقة اشتقاق (ρ_{wb})أعلاه ماعدا استبدال الانفعال (ε_y) بالمقدار (0.004) وبذا تكون النسبة القصوى مساوية الى:

$$\rho_{wmax} = 0.85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + 0.004} + \rho_f = \rho_{max} + \rho_f \quad ....(73.4)$$

حيث:

ρ_{wmax} = نسبة الحديد القصوى للعتبة على شكل (T).

ρ_{max} = نسبة الحديد القصوى للجزء المستطيل والمعرفة بالمعادلة (20.4).

ρ_f = نفس التعريف أعلاه .

ويجب الالتزام بالتحديد أعلاه عند التصميم .

ويمكن تلخيص خطوات التحليل بما يلي:

1- احسب عمق منطقة الانضغاط حسب المعادلة (62.4).

2- إذا كانت $(a < h_f)$ فالتحليل يتم على أساس أن العتبة مستطيلة المقطع بعرض (b) وعمق d .

3- أما إذا كانت $(a > h_f)$ فيتم حساب (A_{sf}) حسب المعادلة (63.4) ثم نحسب $(\rho_w = \frac{A_s}{b_w d})$ ونقارنها مع (ρ_{wb}) المحسوبة من المعادلة (69.4) فإذا كانت $\rho_w \le \rho_{wb}$ فان التحليل يتم بحساب (a) من المعادلة (65.4) و M_n من المعادلة (67.4) أو (68.4).

4- أما إذا كانت $\rho_w > \rho_{wb}$ فان التحليل يتم بحساب (c) من المعادلة (71.4) ثم حساب المقاومة الاسمية من المعادلة (72.4).

ويمكن تدقيق خضوع حديد التسليح بطريقة ثانية بمقارنة انفعال الحديد مع انفعال الخضوع دون الحاجة الى مقارنة ρ_w مع ρ_{wb} وكما سنوضح ذلك في مثال 16.4 .

<u>4.11.4 حساب المقاومة التصميمية</u>

لحساب المقاومة التصميمية يجب تحديد قيمة معامل خفض المقاومة (ϕ). متطلبات الكود لتحديد هذا المعامل هي نفسها لحالة المقاطع المستطيلة المفردة التسليح الموضحة سابقا ويمكن اشتقاق نسبة الحديد التي تسبب انفعال مقداره $\varepsilon_t = 0.005$ حيث أن $(\phi = 0.9)$ لهذه الحالة بنفس الطريقة التي اشتقت بها النسبة التوازنية وهي تساوي:

$$\rho_{wt} = 0.85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y}\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + 0.005} + \rho_f = \rho_t + \rho_f \quad \text{.................................}(74.4)$$

حيث:

ρ_{wt} = نسبة الحديد التي تسبب انفعال (0.005) للعتبة على شكل (T).

ρ_t = نسبة الحديد التي تسبب انفعال (0.005) للجزء المستطيل والمعرفة بالمعادلة (21.4).

ρ_f = نفس التعريف السابق .

5.11.4 التصميم Design

التصميم يعني إيجاد الأبعاد ومساحة وتفاصيل الحديد. بالنسبة للمسافة بين العتبات وسمك الجناح (h_f) فأنها تحدد من تصميم البلاطات بين العتبات، لذا يكون المطلوب عند تصميم العتبات على شكل (T) هو تحديد إبعاد الجذع أي عرضه (b_W) وعمقه ومقدار حديد التسليح.

عند تصميم العتبة لمقاومة الانحناء الموجب فان إبعاد الجذع تكون قليلة بسبب العرض الكبير لمنطقة الانضغاط ، كما أن حديد التسليح يكون أكثر بسبب كون العمق الفعال صغيراً ويتطلب حديد أكثر لتسليح القص ويكون الانحراف اكبر بسبب صغر الأبعاد.

عليه فان إبعاد الجذع تختار عملياً لتحقيق ما يلي:

1- استعمال نسبة اقل من حديد التسليح .

2- الحفاظ على إجهاد قص منخفض في الجذع .

3- لجعل المقطع مناسباً لتحمل العزم السالب عند المساند حيث يصبح المقطع مستطيلاً بإبعاد ($b_W d$).

ولضمان فشل الشد يتطلب الكود أن تكون نسبة الحديد أقل أو تساوي النسبة القصوى لحديد التسليح المحددة بالمعادلة (73.4).

عند تحديد إبعاد الجذع اعتماداً على النقاط الثلاث المذكورة فان التصميم (حساب حديد الشد) يمكن تلخيصه بالخطوات التالية:

1- تحديد العرض الفعال حسب المعادلات (59.4) أو (60.4) أو (61.4) ثم حساب عزم التصميم M_u.

2- تدقيق عمق منطقة الانضغاط . إذ نفرض أنها تساوي (h_f) ونحسب العزم المتولد من المعادلة :

$$M_{uf} = \phi[\ 0.85 f'_c h_f b(d - \frac{h_f}{2})\ ] \quad \text{........................}(75.4)$$

فاذا كان $M_{uf} \geq M_u$ فان العتبة تصمم على أنها مستطيلة المقطع بإبعاد $(b \times d)$ وكما مر بنا في تصميم العتبات المستطيلة وألا فان العتبة تصمم على شكل (T).علما أن (ϕ) تفرض مساوية الى(0.9) ثم تدقق في نهاية التصميم.

3- حساب حديد التسليح الذي يعادل انضغاط الجناح من توازن القوى.

$$A_{sf} = \frac{0.85 f'_c (b - bw) h_f}{f_y} \text{..(76.4)}$$

4- حساب عزم التصميم الناتج عن انضغاط الجناح والحديد الذي يقابله .

$$M_{u1} = \phi A_{sf} f_y (d - h_f / 2) \text{..(77.4)}$$

5- حساب عزم الانحناء الذي يولده الحديد الذي يجب أن يضاف ليعادل انضغاط الجذع.

$$M_{u2} = M_u - M_{u1} \text{..(78.4)}$$

6- حساب نسبة حديد التسليح الذي يعادل انضغاط الجذع باستخدام جدول (A4) في الملحق أو من المعادلة :

$$\rho = \frac{1}{m}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2mR}{fy}}\right)$$

7- حساب حديد التسليح الذي يعادل انضغاط الجذع.

$$A_{sw} = \rho\, b_w d \text{..(79.4)}$$

8- حساب حديد التسليح الكلي

$$A_s = A_{sw} + A_{sf} \text{..(80.4)}$$

9- تدقيق متطلبات الحد الاقصى للحديد بحساب ρ_{wmax} من المعادلة (73.4) و مقارنة ρ_{wmax} مع ρ_w فإذا كانت $\rho_w \leq \rho_{wmax}$ فالتصميم أعلاه صحيح وإلا فإننا إما أن نغير الأبعاد أو نضيف حديد تسليح شد أضافي وحديد انضغاط يعادله عندئذٍ يكون المقطع مزدوج التسليح .

10- تدقيق متطلبات الحد الادنى من الحديد بحساب ρ_{min} من المعادلة(24.4) ونقارنها مع ρ_wفإذا كانت $\rho_w < \rho_{min}$ فان نسبة الحديد تؤخذ مساوية إلى ρ_{min}حيث أن الشرط $(\rho_w \geq \rho_{min})$ يجب ان يتحقق. وفي حالة كون العتبة مستطيلة بإبعاد (bxd) فإن (ρ_w) تحسب بقسمة الحديد الناتج على $(b_w d)$ وتقارن مع ρ_{min}.

11- ندقق قيمة معامل خفض المقاومة (ϕ) وذلك بحساب (ρ_{wt}) من المعادلة (74.4) ومقارنته مع (ρ_w) فاذا كانت $(\rho_w \leq \rho_{wt})$ فان قيمة $(\phi = 0.9)$ المفروضة صحيحة والا يجب حساب (ε_t) وإيجاد قيمة (ϕ) وفقا للتحديدات الذكورة في الفقرة (7.4) وهنا تكون المقاومة

التصميمية أقل من العزم التصميمي ويجب زيادة حديد التسليح بحيث يكون العزم التصميمي أقل أو يساوي المقاومة التصميمية أي أن ($M_u \leq \phi M_n$) .

12- نحسب عدد القضبان بعد اختيار قطر القضيب وتدقق المسافات بينها حسب متطلبات الكود. ويمكن تدقيق متطلبات الحد الاقصى لحديد التسليح وتدقيق قيمة معامل خفض المقاومة (ϕ) وذلك بايجاد انفعال حديد التسليح ومقارنته مع الحد الادنى للانفعال (0.004)، ومع القيمة (0.005). دون الحاجة الى مقارنة ρ_w مع $\rho_{w\max}$ ومع ρ_{wt} . وسنوضح ذلك في المثال 4.18 .

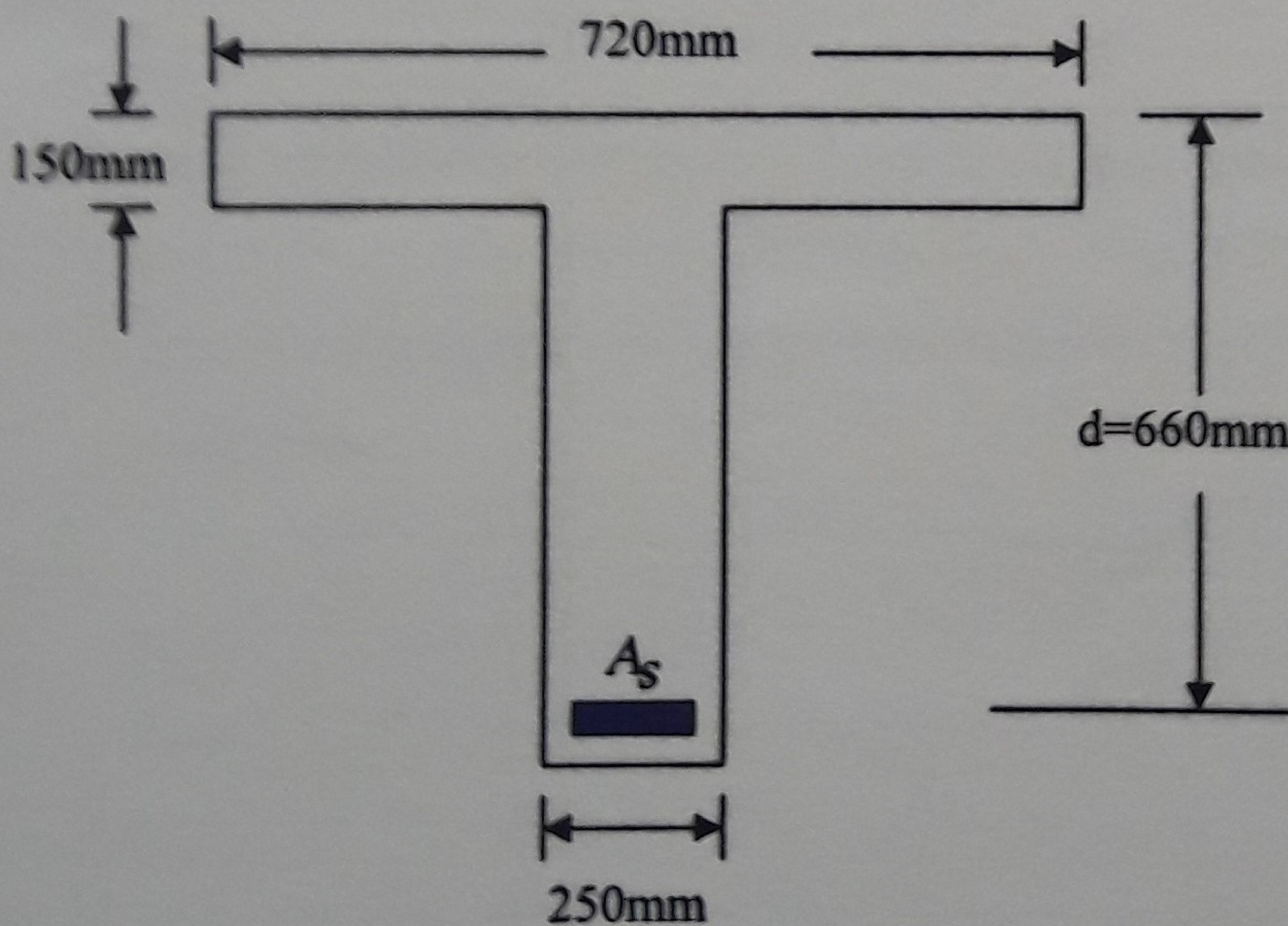
مثال 16.4

احسب مقاومة الانحناء الاسمية لعتبة على شكل حرف (T) منفصلة Isolated والموضحة في الشكل (20.4) إذا كانت مساحة الحديد أ- $A_s = 3000mm^2$ ب- $A_s = 4800mm^2$ ج- $A_s = 7000mm^2$ علماً أن $f'_c = 20MPa$ ، $f_y = 420MPa$

الحل :- هذا المثال يخص تحليل العتبات على شكل (T) .

من تدقيق متطلبات الكود نجد أن عرض الجناح يتفق مع المتطلبات حيث أن:

$b = 720 < 4b_w (1000mm)$ و $h_f = 150 > b_w/2$



شكل (20.4)
مقطع العتبة للمثال
(16.4)

أ:-

نجد a من المعادلة

$$a=\frac{A_s f_y}{0.85\, f'_c b}=\frac{3000\times 420}{0.85\times 20\times 720}=103mm$$

بما أن a < hf عليه فالعتبة تحلل على أنها مستطيلة بإبعاد (720×660) .

من جدول (3م) في الملحق .

$$\rho_b=0.0202$$

$$\rho=\frac{3000}{720\times 660}=0.0063<\rho_b$$

∴ العتبة ناقصة التسليح

$$M_n=A_s f_y(d-\frac{a}{2})=(3000)(420)(660-\frac{103}{2})\times 10^{-6}=766.7kN.m$$

ب:-

$$a=\frac{A_s f_y}{0.85\, f'_c b}=\frac{4800\times 420}{0.85\times 20\times 720}=164.7mm>150mm$$

∴ العتبة تحلل على شكل (T)

$$Asf=\frac{0.85\times 20\times(720-250)(150)}{420}=2854mm^2$$

من جدول (3م) في الملحق .

$$\rho_b=0.0202$$

$$\rho_f=\frac{2854}{660\times 250}=0.0173$$

$$\rho_{wb}=\rho_b+\rho_f=.0202+0.0173=0.0375$$

$$\rho_w=\frac{4800}{660\times 250}=0.029<0.0375$$

∴ العتبة ناقصة التسليح أي أن اجهاد الخضوع تؤخذ قيمته: $f_s=f_y$

$$A_{sw}=A_s-A_{sf}=4800-2854=1946mm^2$$

$$a=\frac{1946\times 420}{0.85\times 20\times 250}=192.3\,mm$$

$$M_n=A_{sf}\,f_y(d-\frac{hf}{2})+A_{sw}\,f_y(d-\frac{a}{2})$$

$$M_n=[2854\times 420(660-150/2)+1946\times 420(660-192.3/2)]\times 10^{-6}$$

$$M_n=1162\ kN.m$$

ج :

لان لتسليح اكبر من الفرع السابق عليه فإن $a > 150mm$

من الفرع السابق $\rho_{wb} = 0.0375$

$$\rho_w = \frac{7000}{250 \times 660} = 0.042 > 0.04$$

∴ العتبة فائضة التسليح($f_s < f_y$)

من المعادلة (71.4) فان:

$$7000 \times 600 \frac{660 - c}{c} = 0.85(20)(470)(150) + 0.85(20)(250)(0.85c)$$

بحل المعادلة أعلاه فان $c = 404 mm$

$$a = \beta_1 c = 343 mm$$

(تدقيق) $f_s = 600 \frac{d - c}{c} = 380 MPa < f_y$

$$Mn = 0.85\, f'_c (b - b_W) h_f (d - \frac{h_f}{2}) + 0.85\, f'_c b_W a (d - \frac{a}{2})$$

$$M_n = (0.85 \times 20 \times 470 \times 150 \times 585 + 0.85 \times 20 \times 250 \times 343 \times 488.5) \times 10^{-6}$$

$$M_n = 1413.23 kN$$

<u>الطريقة الثانية للحل:</u>

<u>أ:-</u> يمكن تلخيص الحل بالخطوات التالية:

1- نجد a من المعادلة $a = \frac{A_s f_y}{0.85\, f'_c b} = \frac{3000 \times 420}{0.85 \times 20 \times 720} = 103 mm$

بما أن a < hf عليه فالعتبة تحلل على أنها مستطيلة بإبعاد (720×660) .

2- حساب عمق محور الحيود : $c = a / \beta = 103 / 0.85 = 121.18 mm$

3- حساب انفعال حديد التسليح من تناسب المثلثات(شكل 4.2):

$$\varepsilon_s = \varepsilon_u (d - c) / c = 0.003(660 - 121.18) / 121.18 = 0.0133$$

4- ولان انفعال الحديد اكبر من ($\varepsilon_y = f_y / E_s = 0.0015$)، عليه فان $f_s = f_y$ افترضنا.

5- ثم يتم ايجاد المقاومة الاسمية كما في الطريقة الاولى.

ب:- يمكن تلخيص الحل بالخطوات التالية:

1- نجد a من المعادلة: $a=\dfrac{A_s f_y}{0.85 f'_c b}=\dfrac{4800\times 420}{0.85\times 20\times 720}=164.7\,mm>150\,mm$

∴.العتبة تحلل على شكل (T) .

2- لان عمق منطقة الانضغاط اكبر من سمك الجناح، يعاد كتابة معادلة التوازن لايجاد a وعلى فرض أن $f_s = f_y$ وكما يلي:

$$A_s f_y=0.85 f'_c\{(b-b_w)h_f+b_w a\}$$
$$4800(420)=0.85(20)\{(660-250)(150)+250a\}$$
$$a=192.3\,mm$$

3- حساب عمق محور الحيود:

$$c=a/\beta=192.3/0.85=226.2\,mm$$

4- حساب انفعال حديد التسليح من تناسب المثلثات(شكل 4.2):

$$\varepsilon_s=\varepsilon_u(d-c)/c=0.003(660-226.2)/226.2=0.0058$$

5- ولان انفعال الحديد اكبر من ($\varepsilon_y=\dfrac{f_y}{E_s}=0.0015$)، عليه فان $f_s = f_y$ كما افترضنا.

6- يمكن ايجاد مقاومة الانحناء الاسمية بأخذ العزوم حول مركز حديد الشد:

$$M_n=0.85 f'_c\{(b-b_w)h_f(d-h_f/2)+b_w a(d-a/2)\}$$
$$M_n=0.85(20)\{(470)(150)(660-75)+(250)(192.3)(660-192.3/2)\}$$
$$M_n=1162\,kN.m$$

ج- يمكن تلخيص الحل بالخطوات التالية:

1- لان حديد التسليح أكبر من الحالة السابقة عليه فان عمق منطقة الانضغاط أكبر وبالتالي فهي ضمن الجذع.

2- يتم كتابة معادلة التوازن لايجاد a وعلى فرض أن $f_s = f_y$ وكما يلي:

$$T=C$$
$$A_s f_y=0.85 f'_c\{(b-b_w)h_f+b_w a\}$$
$$7000(420)=0.85(20)\{(660-250)(150)+250a\}$$
$$a=410\,mm$$

3- حساب عمق محور الحيود: $c=a/\beta=410/0.85=482.4\,mm$

4- حساب انفعال حديد التسليح من تناسب المثلثات(شكل 4.2):

$$\varepsilon_s = \varepsilon_u (d-c)/c = 0.003(660-482.4)/482.4 = 0.0011$$

5- ولان انفعال الحديد أقل من ($\varepsilon_y = f_y / E_s = 0.0015$)، عليه فان $f_s < f_y$ وليس كما افترضنا.

6- يعاد كتابة معادلة التوازن بدلالة c وكما في الطريقة السابقة. وبعد ايجاد قيمتها يتم ايجاد قيمة a

7- ثم يتم ايجاد المقاومة الاسمية كما في الطريقة السابقة.

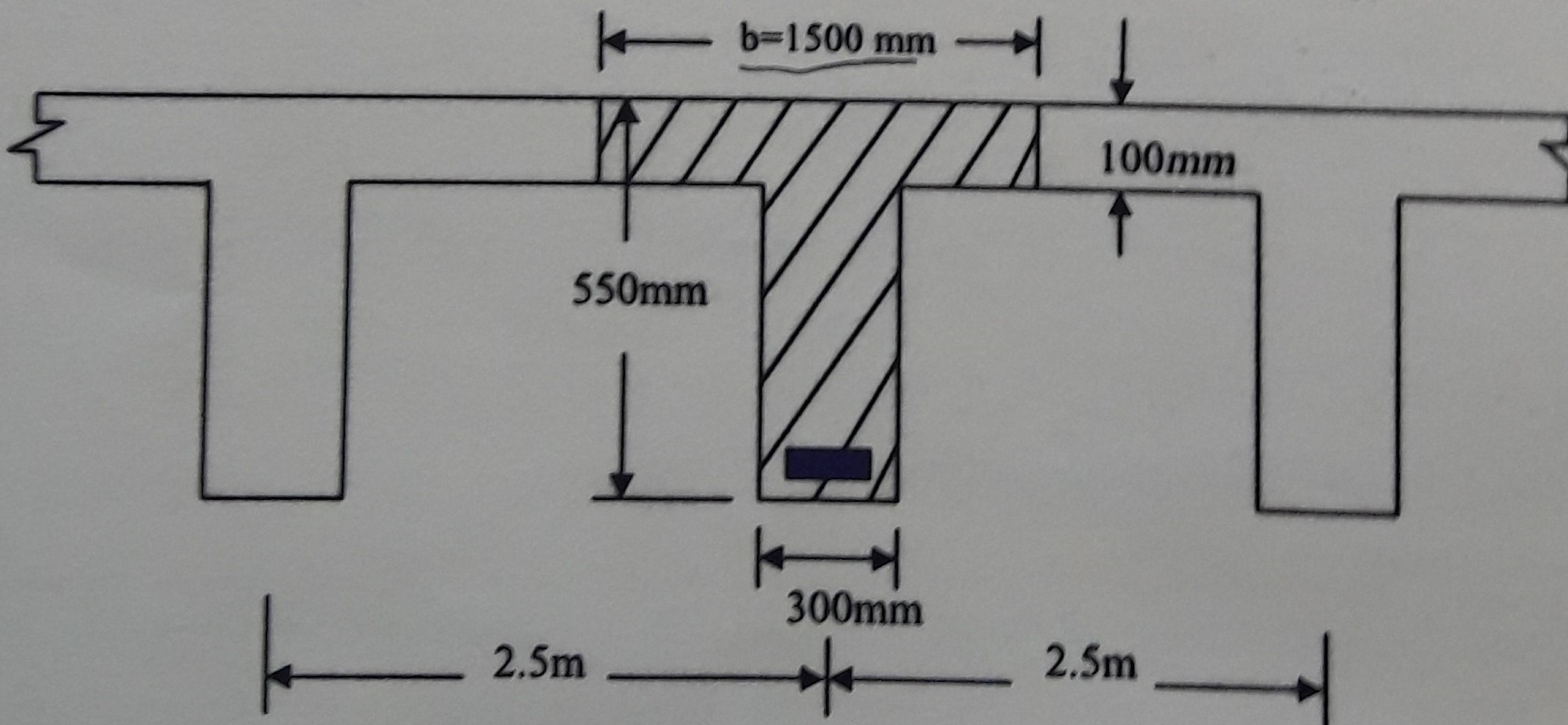
مثال 17.4

تتكون الأرضية (floor) الموضحة في الشكل (21.4) من بلاطة خرسانية سمكها (100mm) تستند على عتبات تصب معها سوية ، طول الفضاء الصافي للعتبات يساوي (6m) والبعد بين مراكزها (2.5m). إذا كان العزم الميت الخدمي (بضمنه العزم الناتج عن وزن العتبة) يساوي (84kN.m) والعزم الحي الخدمي يساوي (163kN.m). احسب مساحة حديد التسليح مستخدماً $f_y = 420MPa$ ، $f'_c = 30MPa$.

الحل :- هذا المثال يخص تصميم العتبات على شكل (T)

نحدد العرض الفعال

$$b \le \begin{cases} b_w + \dfrac{L_n}{4} = 1800\,mm \\ 16h_f + b_w = 1900\,mm \\ b_w + s_w = 2500\,mm \end{cases}$$



شكل (21.4) مقطع في الأرضية للمثال (17.4)

اذن

$b = 1800\ mm$

2- نحسب العزم التصميمي

$M_u = 1.2M_D + 1.6M_L = 1.2\times 84 + 1.6\times 163$

$M_u = 361.6\ KNm$

3- نحسب M_{uf}

$M_{uf} = 0.9\times 0.85\times 30\times 100\times 1800\times (485-50)\times 10^{-6}$

$M_{uf} = 1797 kNm > Mu$

تم فرض

$\phi = 0.9$ و d=550-65=485mm

عليه فالمقطع يصمم على انه مستطيل بابعاد (bxd) .

نستخدم جدول (4م) في الملحق

$$k = \frac{M_u}{\phi\ f_c' b d^2} = 0.032$$

$$\omega = 0.033 \qquad \rho = \omega \frac{f_c'}{f_y} = 0.00234$$

من جدول (3 م) في الملحق فان $\rho_{max} = 0.0218$

بما أن $\rho < \rho_{max}$ عليه فالمقطع يحقق متطلبات الحد الاقصى للحديد .

$$A_s = 0.00234\times 1800\times 485 = 2043 mm^2$$

$$\rho_w = \frac{A_s}{b_w \times d} = 0.014$$

من جدول (3م) في الملحق أيضاً فإن $\rho_{min} = 0.0033$

بما أن $\rho_w > \rho_{min}$ عليه فإن المقطع يحقق متطلبات الحد الأدنى للحديد .

من الجدول (3م) في الملحق فان $(\rho_t = 0.0191)$ وحيث أن $\rho < \rho_t$ فان قيمة معامل خفض المقاومة المفروضة $(\phi = 0.9)$ صحيحة.

استخدم حديد نوع $(\phi 28mm)$ عليه يكون عدد القضبان

$$n = \frac{2043}{616} = 3.32$$

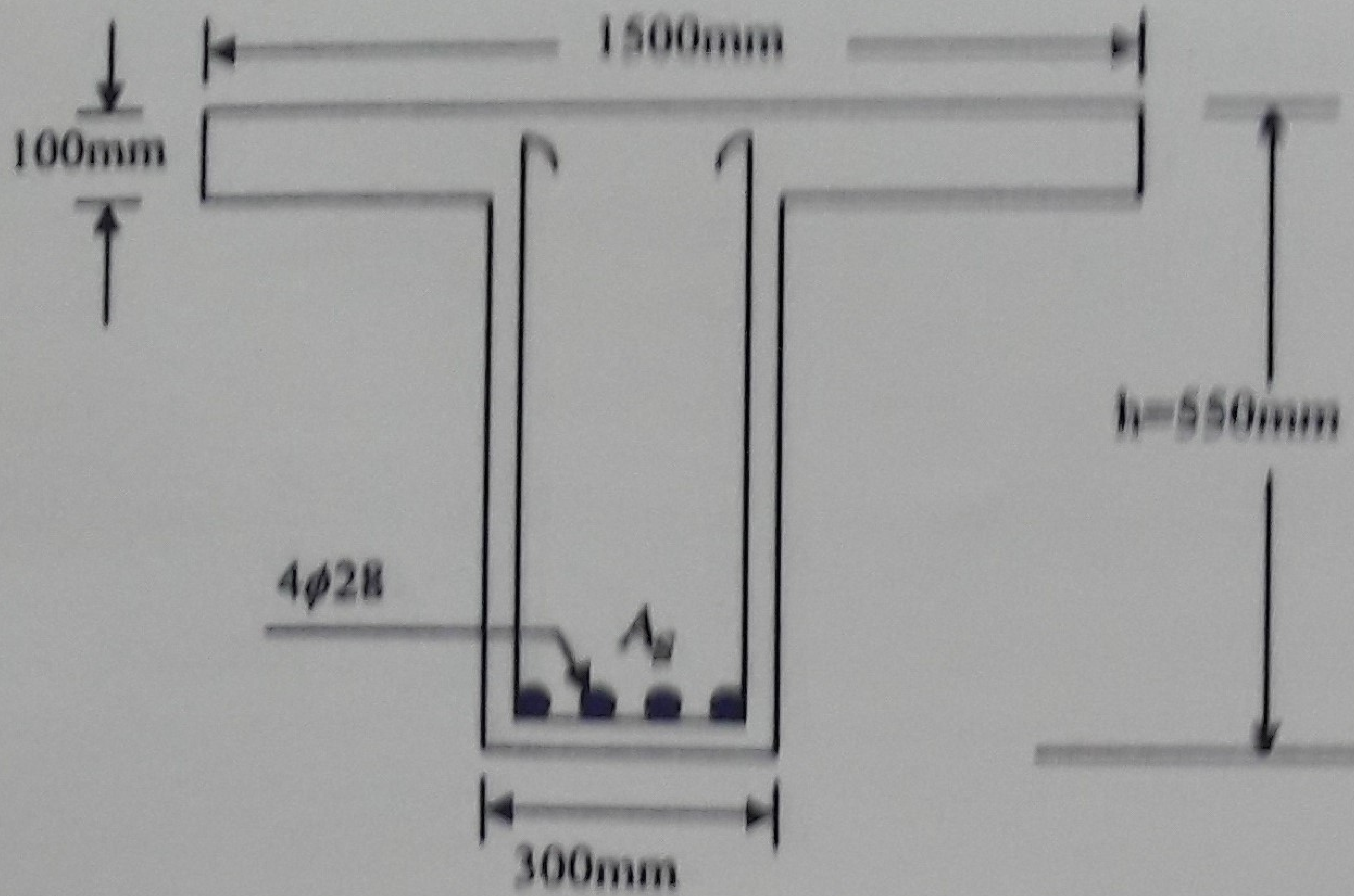
استخدم $(4\phi 28)$

ندقق المسافات بين القضبان

$$S = \frac{300-100-4\times 28}{3} = 29 > 28$$

عليه فان الحديد يمكن أن يوضع بطبقة واحدة ويفي بالمتطلبات الخاصة بالمسافات بين القضبان .

والشكل (22.4) يوضح مقطع في العتبة .



شكل (22.4)
مقطع العتبة للمثال
(17.4)

مثال 18.4 :-

أرضية تتكون من بلاطة بسمك (75mm) وعتبات بسيطة الإسناد ذات فضاء صافي (7.2m) المسافة بين مراكز العتبات (1.2m) وأبعادها (bw =275mm)، (d=500mm) احسب مساحة الحديد عند منتصف الفضاء للعتبة إذا كان العزم الموجب التصميمي يساوي (710kN.m) علماً أن $f_y = 420MPa$ ، $f'_c = 20MPa$.

الحل :-

1- تحديد العرض الفعال

$$b \le \begin{cases} b_w + \dfrac{L_n}{4} = 275 + \dfrac{7200}{4} = 2075\ mm \\ 16h_f + b_w = 16\times75 + 275 = 1475\ mm \\ s_w + b_w = 1200\ mm \end{cases}$$

عليه فإن $b = 1200\ mm$

2 - حساب M_{uf}

$$M_{uf} = 0.9\times0.85\times20\times1200\times75(500 - \frac{75}{2})\times10^{-6} = 636.9KNm$$

فرضت قيمة $\phi = 0.9$

بما أن $M_u > M_{uf}$ عليه فالعتبة تصمم على أنها (T) .

3-حساب A_{sf}

$$A_{sf}=\frac{0.85\times 20(1200-275)(75)}{420}=2808\,mm^2$$

4-حساب M_{u1}

$$M_{u1}=\phi A_{sf}\,f_y(d-\frac{h_f}{2})$$

$$M_{u1}=0.9\times 2808\times 420(500-\frac{75}{2})\times 10^{-6}=490.9\,kN.m$$

5 - حساب M_{u2}

$$M_{u2}=M_u-M_{u1}=710-490.9=219.1\,kN.m$$

6- حساب نسبة حديد التسليح الذي يعادل انضغاط الجذع .

$$k=\frac{M_u}{\phi\, f'_c bd^2}=\frac{219.1\times 10^6}{0.9\times 20\times 275\times 500^2}=0.177$$

من جدول (4م) في الملحق $\omega=0.201$

$$\therefore \rho=\omega\frac{f'_c}{f_y}=0.0096$$

7- حساب A_{sw} $A_{sw}=0.096\times 275\times 500=1320\,mm^2$

8-حديد التسليح الكلي $A_s=A_{sf}+A_{sw}=2808+1320=4128\,mm^2$

9- تدقق متطلبات الحد الاقصى: $\rho_w=\frac{4128}{275\times 500}=0.03$ ، $\rho_f=\frac{2808}{275\times 500}=0.0204$

من جدول (3م) في الملحق $\rho_{max}=0.0147$

$$\rho_{wmax}=\rho_{max}+\rho_f=0.0147+0.0204=0.035$$

بما أن $\rho_W<\rho_{wmax}$ عليه فان المقطع يحقق متطلبات الحد الاقصى من الحديد

10- تدقيق متطلبات الحد الادنى للحديد : من الجدول (3م) في الملحق $\rho_{min}=0.0033$

وحيث أن $\rho_W>\rho_{min}$ فان المقطع يحقق متطلبات الحد الادنى من الحديد

11- تدقيق قيمة معامل خفض المقاومة : من الجدول (3م) في الملحق فان $\rho_t=0.0129$

$$\rho_{wt}=\rho_t+\rho_f=0.0129+0.0204=0.033$$

وبذا تكون

وبما أن $\rho_W<\rho_{wt}$ فأن $\phi=0.9$ أي تطابق القيمة المفروضة

الطريقة الثانية للحل: يمكن تلخيص الحل بالخطوات التالية:

الفقرات من 1 الى 7 هي نفس خطوات الطريقة الاولى.

8- حساب عمق منطقة الانضغاط:

$$a = \frac{A_w f_y}{0.85 f_c' b} = \frac{1320 \times 420}{0.85 \times 20 \times 275} = 118.6\ mm$$

9- حساب عمق محور الحيود: $c = a / \beta 1 = 139mm$

10- حساب انفعال الحديد: $\varepsilon_t = \frac{d-c}{c}\varepsilon_u = \frac{500-139}{139}(0.003) = 0.0078$

11- ولان $\varepsilon_t > 0.004$ عليه فان التصميم يحقق متطلبات الحد الاقصى لحديد التسليح.

12- ولان $\varepsilon_t > 0.005$ عليه فان $\phi = 0.9$ أي تطابق القيمة المفروضة.

13- حديد التسليح الكلي $A_s = A_{sf} + A_{sw} = 2808 + 1320 = 4128mm^2$

مثال 19.4 :

لمقطع العتبة المنفصلة على شكل T(Isolated T-beam) في الشكل(23.4). جد أقصى حديد شد يسمح به الكود. ثم جد أقصى عزم تصميمي يمكن تسليطه على المقطع حسب متطلبات الكود.

خواص المواد لها $f_c' = 30\ MPa$ ، $f_y = 420MPa$.

الحل: من تدقيق متطلبات الكود نجد أن عرض الجناح يتفق مع المتطلبات حيث أن:

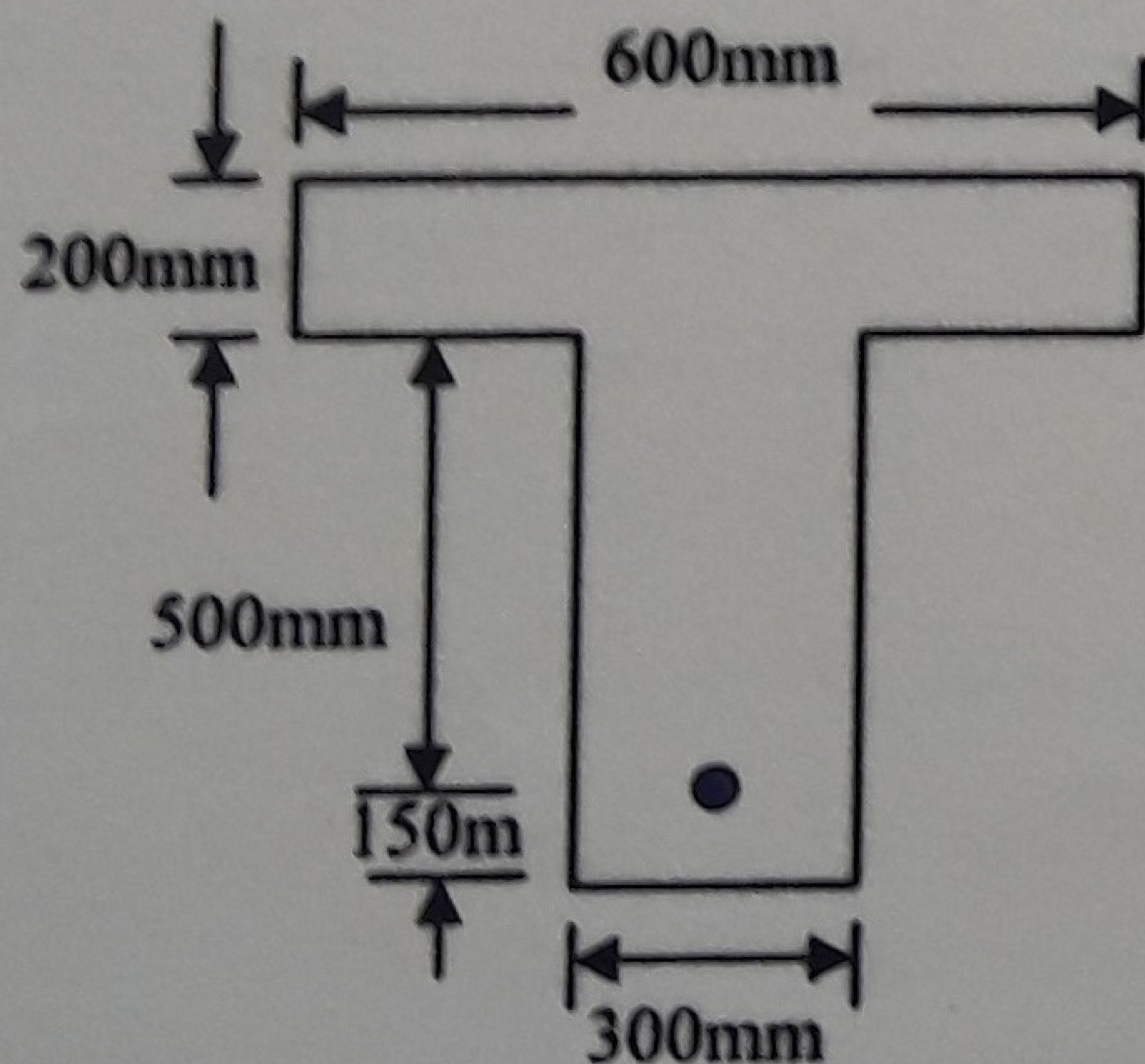
$b = 600 < 4b_w(1200mm)$ و $h_f = 200 > b_w / 2$

يمكن حل السؤال بطريقتين:

الاولى: ويمكن ترتيبها في الخطوات التالية:

1- ايجاد Asf من المعادلة:

$$A_{sf} = \frac{0.85\ f_c'(b-bw)h_f}{f_y} = \frac{0.85(30)(600-300)(200)}{420} = 3643\ mm^2$$



شكل (23.4)
مقطع العتبة للمثال
(19.4)

اذن :
$$\rho_f = \frac{A_{sf}}{b_w d} = \frac{3643}{300(700)} = 0.0173$$

من الجدول 3م في الملحق:
$$\rho_{max} = 0.0218$$

اذن
$$\rho_{wmax} == \rho_{max} + \rho_f = 0.0218 + 0.0173 = 0.0391$$

$$A_{s\max} = 0.0391(300)(700) = 8211\,mm^2 \quad , A_{sw} = 8211 - 3643 = 4568\,mm^2$$

$$a = \frac{A_{sw}\, f_y}{0.85\, f'_c\, b_w} = \frac{4568(420)}{0.85(30)(300)} = 250.8\,mm$$

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} = A_{sf}\, f_y (d - \frac{h_f}{2}) + A_{sw}\, f_y (d - \frac{a}{2})$$

$$M_n = \{\ 3643(420)(700-100) + 4568(420)(700-125.4)\ \}(10^{-6}) = 2020.4\,kN.m$$

عندما يكون الحديد أقصى مايمكن، أي عند انفعال حديد مقداره(0.004) فان Ø=0.816 (راجع المثال 1.4.ج). عليه فان أقصى عزم تصميمي:

$$M_u = 0.816(2020.4) = 1648.65\,kN.m$$

<u>الطريقة الثانية:</u> وهي تطبق لجميع أنواع العتبات.

أقصى كمية حديد يسمح بها من قبل الكود عندما يكون الانفعال أقل ما يمكن(0.004) وهنا يمكن ايجاد عمق محور الحيود c من المعادلة: $c = (3/7)\,d = (3/7)(700) = 300\,mm$

من جدول 3م في الملحق فان: $\beta 1 = 0.836$ ،اذن a تساوي: $a = 0.836(300) = 250.8\,mm$

قيمة معامل خفض المقاومة من المثال السابق Ø=0.816

بأخذ العزوم حول مركز حديد الشد فان:

$$M_n = 0.85\, f'_c (b - b_w) h_f (d - \frac{h_f}{2}) + 0.85\, f'_c a b_w (d - \frac{a}{2})$$

$$M_n = \{\ 0.85(30)(300)(200)(600) + 0.85(30)(300)(250.4)(700-125.4)\ \}(10^{-6})$$

$$M_n = 2019\,kN.m$$

$$M_u = 0.816(2019) = 1648\,kN.m$$

2.4 تحليل وتصميم المقاطع الخاصة (Irregular sections) .

يقصد بالمقاطع الخاصة المقاطع غير الشائعة أي التي ليست على شكل مستطيل أو (T) عندئذٍ لايمكن في تحليلها وتصميمها استخدام المعادلات السابقة الخاصة بتدقيق خضوع الحديد او المعادلات الخاصة بنسبة الحديد القصوى، ويكون التحليل والتصميم كما يلي:

1.12.4 التحليل Analysis : ويتم وفقاً للخطوات التالية :-

1- باستخدام معادلات التوازن جد عمق الانضغاط فارضاً أن ($f_s = f_y$) ومنها جد ($c = a / \beta_1$).

2- جد عمق محور الحيود لحالة التوازن c_b حيث:
$$c_b = \frac{600}{600 + f_y} d$$

3- فإذا كانت $c \le c_b$ فهذا يعني أن المقطع أما ناقص التسليح أو متوازن أي أن $f_s = f_y$ ويمكن إيجاد (M_n) بأخذ العزوم حول مركز حديد الشد .

4- أما إذا كانت $c > c_b$ فهذا يعني أن المقطع فائض التسليح ويتم عندئذٍ كتابة معادلة التوازن بدلالة (c) كما مر بنا في حالة المقاطع المستطيلة والعتبات على شكل (T) وحل المعادلة لإيجاد (c) ومنها نجد(a) ونأخذ العزوم حول مركز حديد الشد لإيجاد M_n .

هذا ويمكن ايجاد الانفعال للحديد ومقارنته مع (ε_y) بدلا من حساب (c_b).

أما بالنسبة للعتبات الخاصة المزدوجة التسليح فان تحليلها يتم بالطريقة الثانية لتحليل العتبات المستطيلة المزدوجة التسليح الموضحة سابقاً .

لايجاد المقاومة التصميمية ϕM_n نحسب انفعال حديد الشد ونتبع نفس التحديدات الواردة في الفقرة (7.4) لحساب قيمة (ϕ) .

2.12.4 التصميم Design : ويتم وفقاً للخطوات التالية:

1- بأخذ العزوم حول مركز حديد الشد يمكن ان نجد عمق الانضغاط (a) أفرض أن $\phi = 0.9$

2- من توازن القوى جد مساحة الحديد $A_s f_y = 0.85 f'_c Ac$

حيث يتم فرض أن $f_s = f_y$ اما A_c = مساحة الانضغاط .

3- جد قيمة c حيث $c = a / \beta_1$

4- من توافق الانفعالات احسب انفعال الحديد حيث أن: $\varepsilon_t = \varepsilon_u (d - c) / c$

5- قارن بين الانفعال (ε_t) والانفعال الاقصى المسموح (0.004) فاذا كان $\varepsilon_t \ge 0.004$ فالتصميم صحيح وإلا فان المقطع يجب أن يكون مزدوج التسليح ويتم التحليل بإيجاد (A_{s1}) لحالة ($\varepsilon_t = 0.004$) وايجاد (M_{u1}) لهذه الحالة ومن ثم إيجاد (M_{u2}) وإضافة حديد شد وانضغاط لمقاومة (M_{u2}) أي بنفس الطريقة التي اتبعت في تصميم العتبات المزدوجة التسليح الموضحة سابقاً .

6- دقق قيمة معامل خفض المقاومة فاذا كانت $(\varepsilon_t \geq 0.005)$ فالقيمة المفروضة $(\phi = 0.9)$ صحيحة والا فيجب أن تحسب وفقا للتحديدات الموضحة في الفقرة (7.4) وهنا تكون المقاومة التصميمية أقل من العزم التصميمي عليه يجب اضافة حديد تسليح بحيث يحقق الشرط $(M_u \leq \phi M_n)$

مثال 20.4

للعتبة الموضحة في الشكل (24.4) ، جد المقاومة التصميمية (ϕM_n) اذا كان حديد التسليح $A_s = 2800\ mm^2$ وخواص المواد $f'_c = 30 Mpa$ ، $f_y = 420 Mpa$.

الحل :- نفرض أن الحديد يصل إلى f_y .

1- إيجاد عمق الانضغاط

$$0.85\, f'_c A_c = A_s f_y$$

$$\therefore A_c = \frac{2800(420)}{0.85(30)} = 46118\ mm^2$$

المساحة أعلاه اكبر من مساحة المثلث حيث مساحة المثلث حيث: $A = 150^2 = 22500\ mm^2$

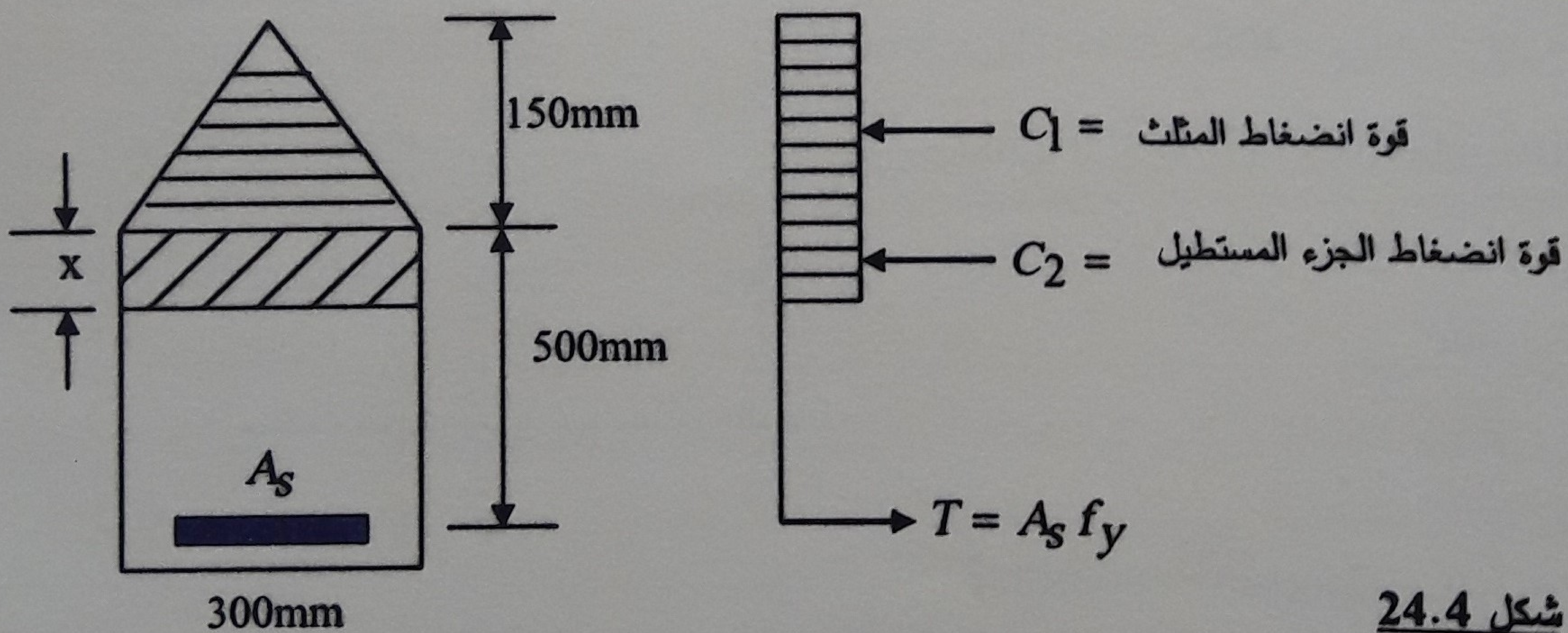
عليه فان عمق الانضغاط يكون أسفل المثلث ولنفرض أنه يمتد مسافة (X) أسفل قاعدة المثلث .

$$46118 = 150^2 + 300\,x \qquad \therefore x = 78.72\ mm$$

$$a = 150 + 78.72 = 228.72 mm$$

2- إيجاد عمق محور الحيود: من جدول 3م في الملحق فان: $\beta_1 = 0.836$

علية تكون قيمة c $\quad c = a/\beta_1 = 273.6\ mm$



شكل 24.4

مقطع العتبة للمثال (20.4)

3- تدقيق خضوع الحديد

$$c_b = \frac{600}{600+ f_y} d = \frac{600}{1029} \times 650 = 382.4\, mm$$

بما $c < c_b$ عليه فالمقطع ناقص التسليح

$$M_n = C_1(650-100) + C_2(500 - \frac{x}{2})$$

$$M_n = 0.85(30)[150^2(550) + 300(78.72)(500 - \frac{78.72}{2})] \times 10^{-6} = 593\, kN.m$$

نحسب انفعال الحديد:

$$\varepsilon_t = \frac{d-c}{c} \varepsilon_u = \frac{650-273.6}{273.6} \times 0.003 = 0.00413$$

$$\therefore \phi = 0.483 + 83.3\varepsilon_t = 0.83$$

$$\phi M_n = 492.2\ kN.m$$

<u>مثال 21.4</u>

للعتبة الموضحة في المثال السابق جد مساحة الحديد إذا كان العزم التصميمي $M = 400 kN.m$

<u>الحل :-</u>

السؤال يخص تصميم المقاطع الخاصة .

1- في البداية نفرض أن الحديد يصل إلى f_y وندقق عمق الانضغاط بإيجاد عزم قوة المثلث ومقارنته مع العزم المسلط .على فرض أن $\phi = 0.9$

$$M_u = 0.9(0.85)(30)(150^2) \times (550) \times 10^{-6} = 284 KN.m < 400\, KN.m$$

عليه فإن موقع عمق الانضغاط (a) يكون أسفل قاعدة المثلث

$$M_{u2} = M_u - M_{u1} = 400 - 284 = 116\, KN.m$$

$$116 \times 10^6 = 0.9(0.85)(30)[\ 300x(500 - \frac{x}{2})]$$

بالدستور فان $x = 35\ mm$

عليه فان $a = 185 mm$

2- مساحة الحديد يمكن إيجادها من المعادلة

$$A_s f_y = 0.85\, f_c' A_c$$

$$A_s(420) = 0.85(30)(150^2 + 300 \times 35)$$

$$\therefore\ A_s = 2004 mm^2$$

3-احسب c حيث من حل السؤال اعلاه($\beta_1 = 0.836$): $c = a/\beta_1 = 221\,mm$

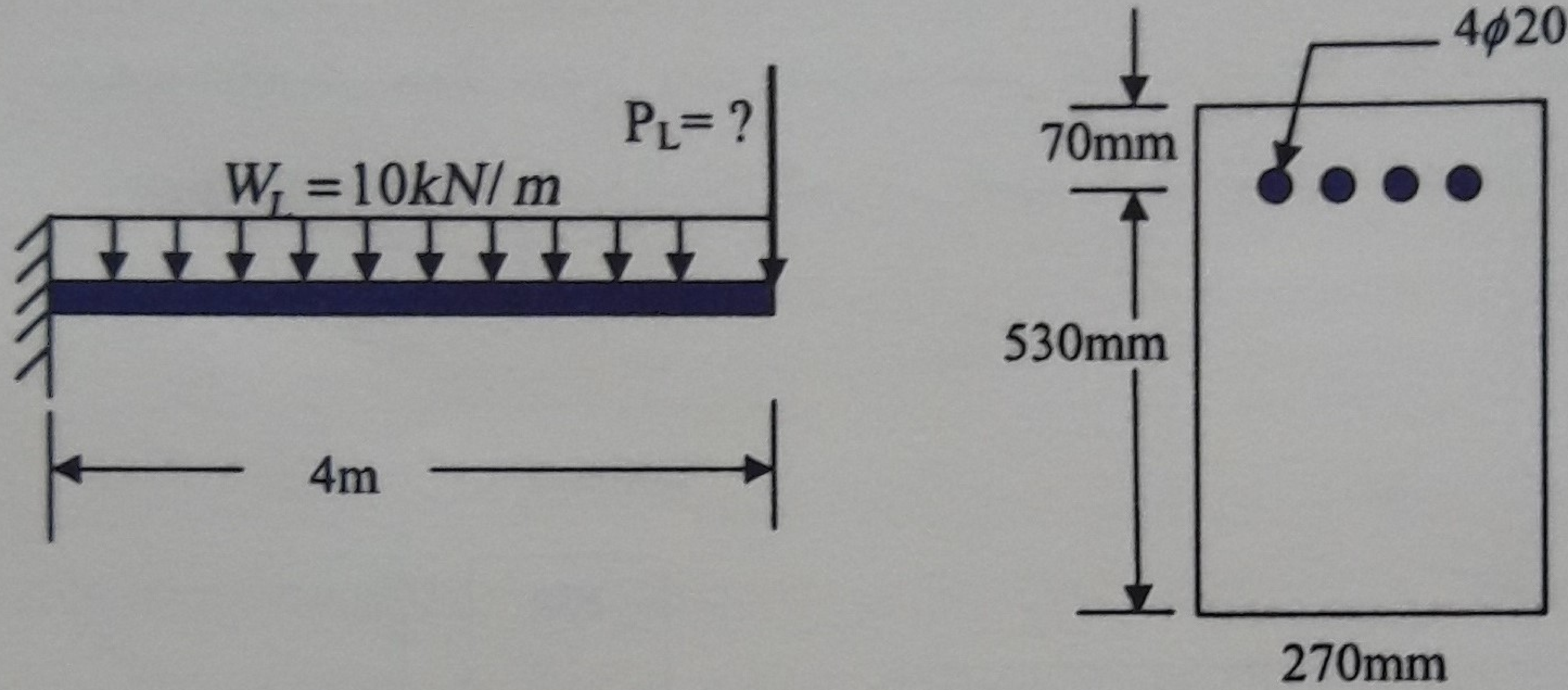
4- احسب ε_t حيث: $\varepsilon_t = \frac{d-c}{c}\varepsilon_u = \frac{650-221}{221} \times 0.003 = 0.0058$

5- ولان $\varepsilon_t > 0.004$ فالمقطع يحقق متطلبات الحد الاقصى من الحديد

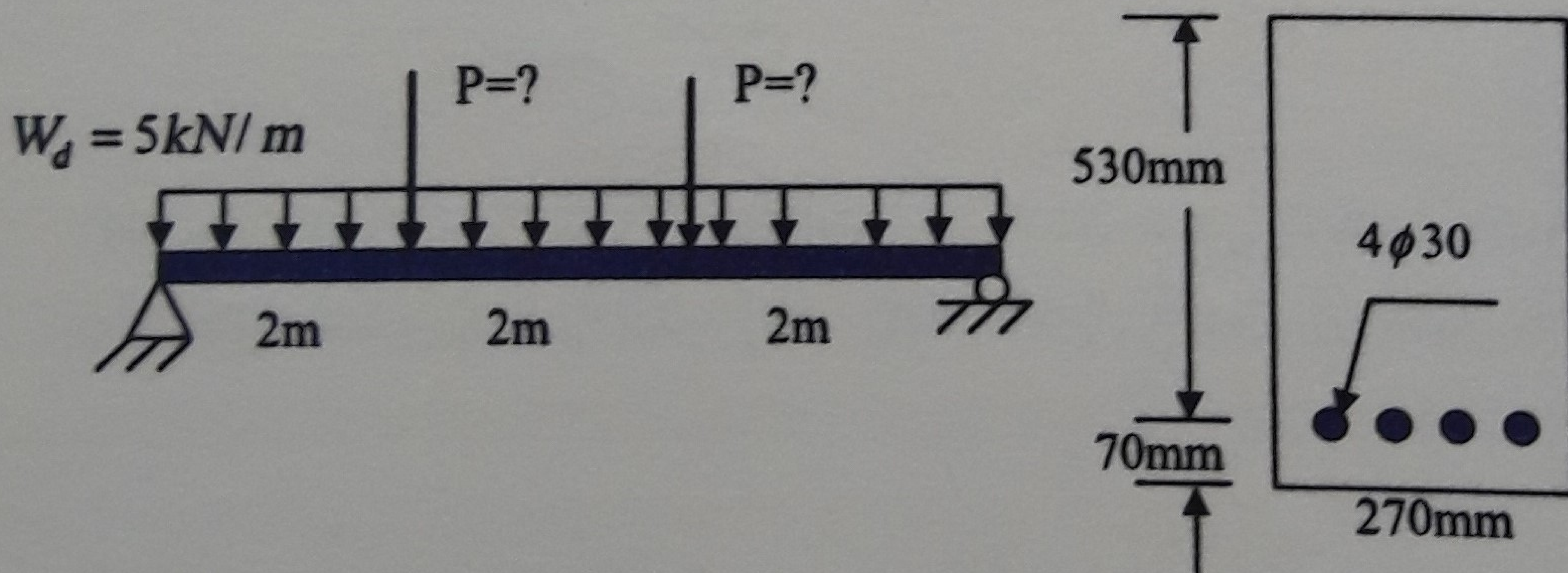
6- ولان $\varepsilon_t > 0.005$ عليه تكون قيمة ($\phi = 0.9$) المفروضة صحيحة .

مسائل

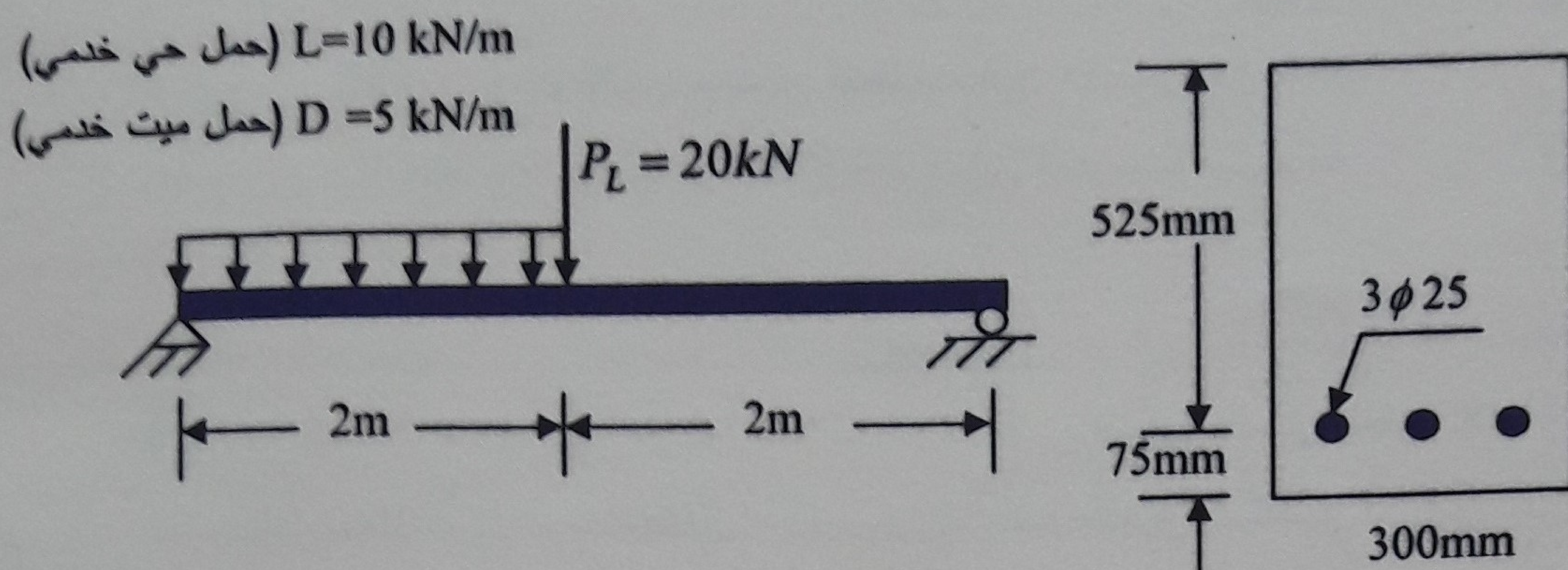
1.4 جد أقصى حمل حي مركز يكن تسليطه على النهاية الحرة للعتبة أدناه ، علماً أن $f_y = 300\,MPa$ ، $f'_c = 20MPa$ ، وان الحمل الحي المنتشر يساوي (10kN/m) ، الحمل الميت يشمل الوزن الذاتي فقط .



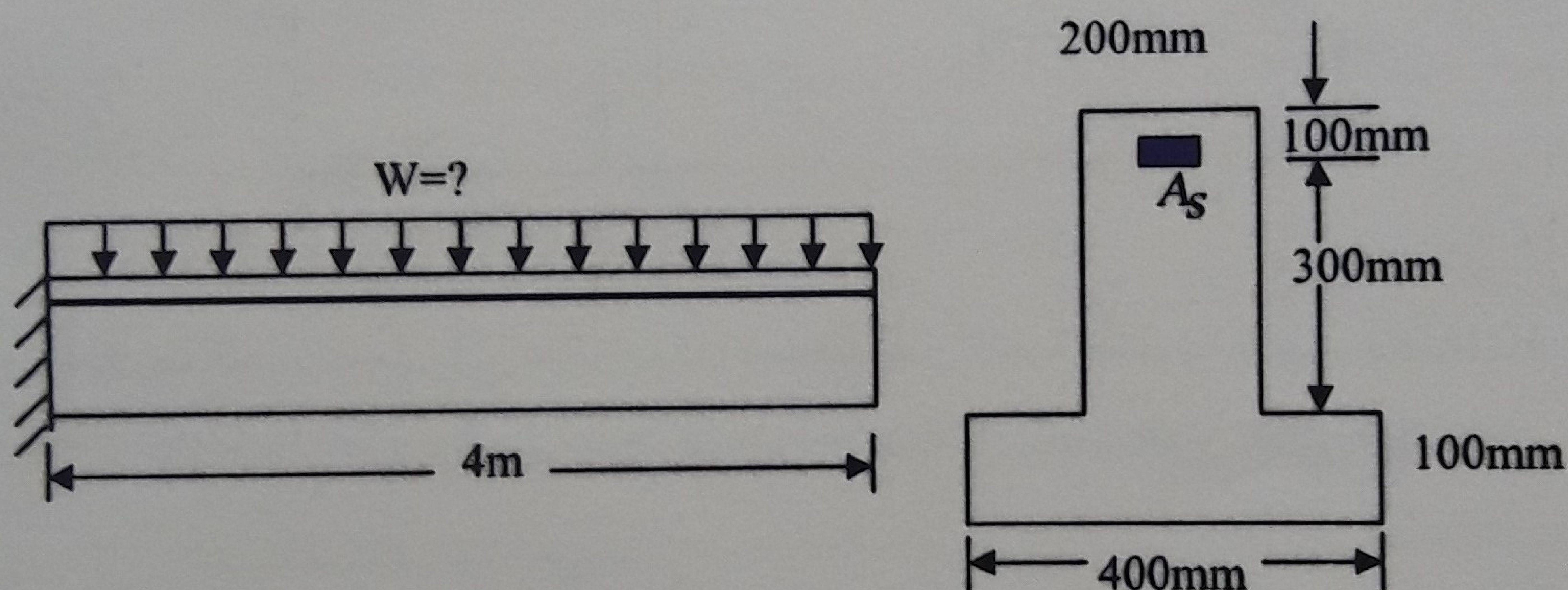
2.4 جد أقصى حمل حي مركز يمكن تسليطه على العتبة أدناه إذا كانت $f_y = 300MPa$ ، $f'_c = 20MPa$ ، الحمل الميت المنتشر = 5kN/m (أهمل الوزن الذاتي للعتبة)



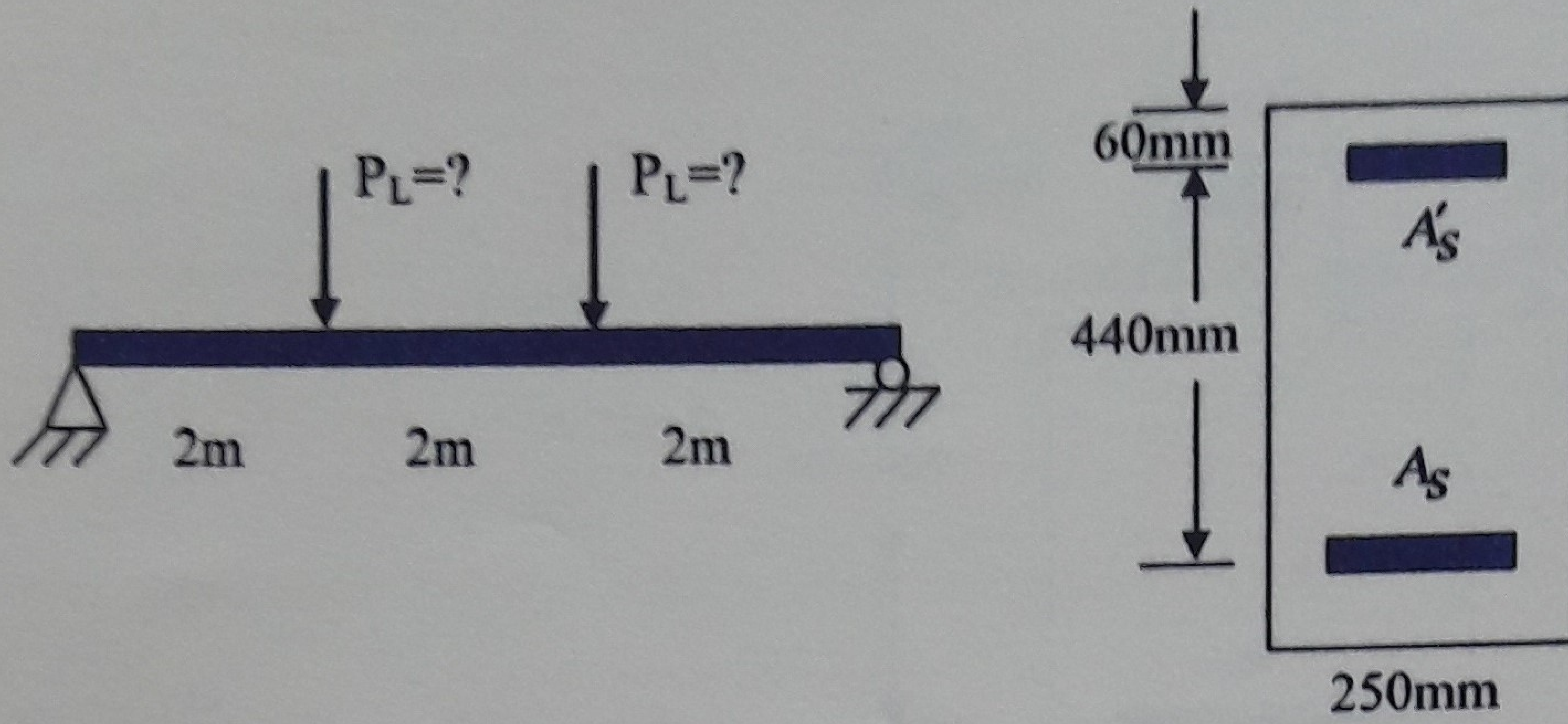
3.4 دقق صلاحية العتبة أدناه حسب متطلبات الانحناء إذا كان $f'_c = 35MPa$ ، $f_y = 300MPa$ اهمل وزن العتبة



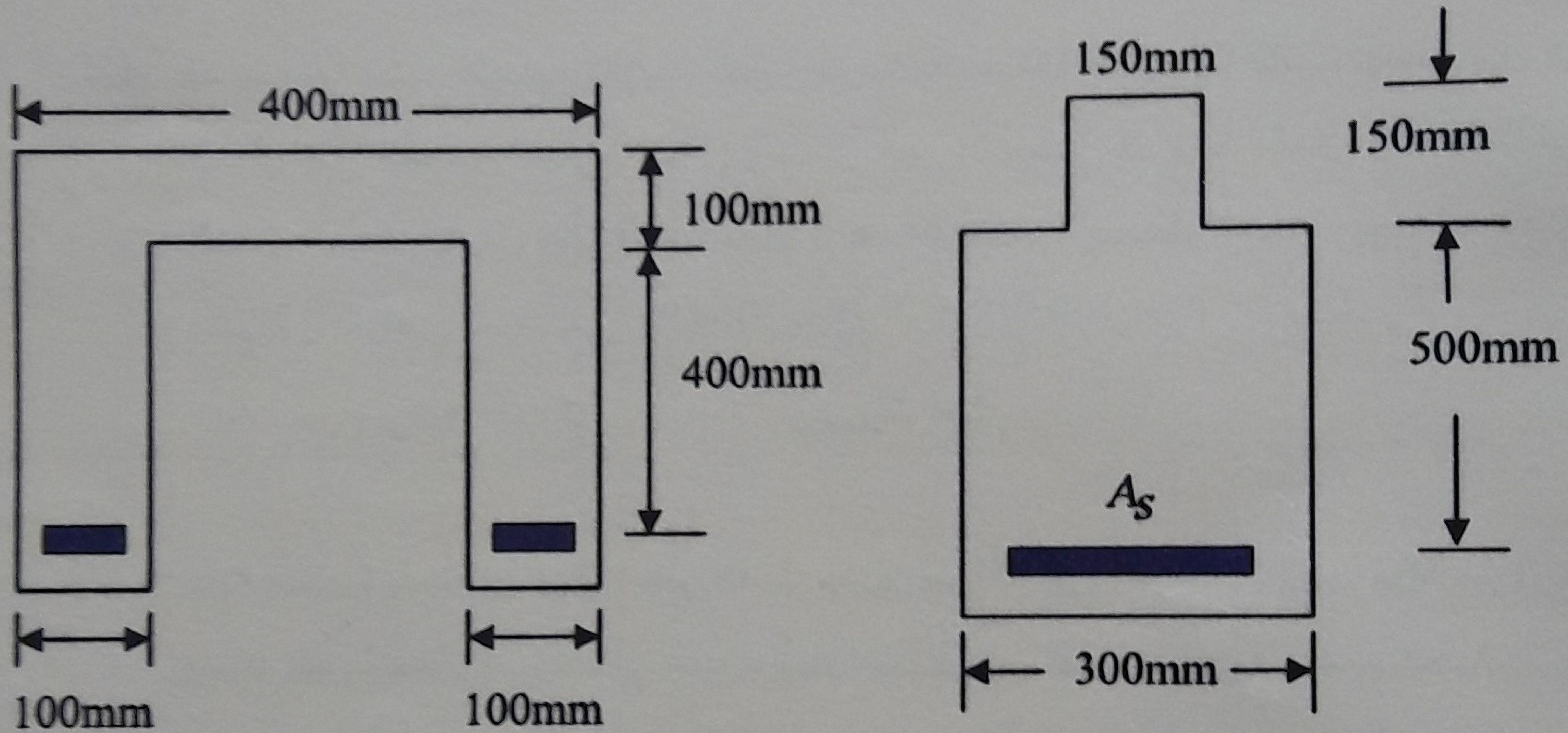
4.4 جد أقصى حمل خدمي يمكن تسليطه على العتبة أدناه اذا كانت $f'_c = 30Mpa$ ، $f_y = 400 Mpa$ ، نسبة الحمل الحي إلى الميت = 2 ، مساحة الحديد $A_s = 2000 mm^2$.اهمل وزن العتبة .



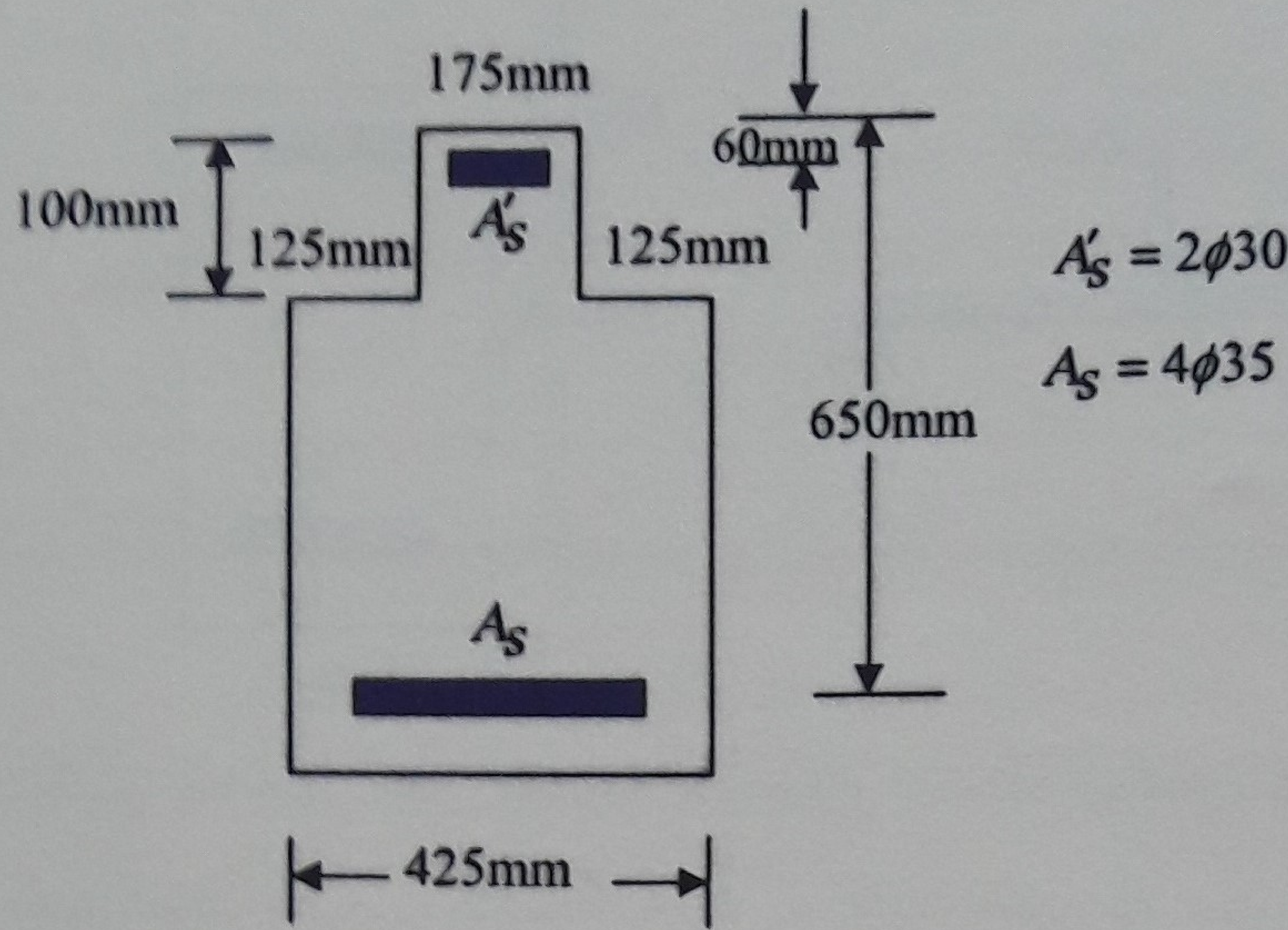
5.4 جد حمل الفشل المركز (P_L) للعتبة في الشكل التالي إذا كانت $f'_c = 30MPa$ ، $f_y = 400MPa$ ، $f'_s = 0.9 f_y$ ، $A'_s = 0.35A_s$. أهمل وزن العتبة .



6.4 للمقاطع أدناه جد مقدار المقاومة التصميمية للانحناء (ϕM_n) إذا كانت مساحة الحديد $A_s = 2800 mm^2$ ، $f'_c = 30 MPa$ ، $f_y = 400 MPa$



7.4 للمقطع في الشكل التالي احسب المقاومة التصميمية للانحناء (ϕM_n) إذا كانت مقاومة المواد $f'_c = 35 MPa$ ، $f_y = 400 MPa$.



8.4 جد مساحة حديد التسليح والأبعاد لعتبة خرسانية مفردة التسليح إذا كانت النسبة بين العمق الفعال إلى العرض تساوي (1.5) والحمل الحي الخدمي المسلط مقداره (22kN/m) أما الحمل الميت فيشمل وزن العتبة فقط ، علماً أن العتبة بسيطه الإسناد بفضاء مقداره = 7.2m ، خواص المواد هي $f'_c = 30MPa$ ، $f_y = 300MPa$ ، استخدم

أ:- $\rho = 0.5\rho_{max}$. ب:- $\rho = \rho_{max}$

9.4 عتبة مستمرة بفضائين مسندة على ثلاث جدران من الطابوق ، المسافة بين مراكزها (7.3m) يسلط عليها حمل حي خدمي مقداره (22kN/m) إضافة إلى وزنها. صمم العتبة باستخدام مقطع مستطيل مفرد التسليح ، العلاقة بين إبعاده (d = 2b). جد أبعاد المقطع وحديد التسليح للمقاطع الحرجة. افترض أن حديد تسليح القص المستخدم هو ($\phi10mm$) . ارسم تفاصيل المقاطع الحرجة، استخدم $f'_c = 20MPa$ ، $f_y = 300MPa$.

ملاحظة :- يمكن استخدام معاملات الكود للتحليل مفترضاً أن سمك الجدار = 30cm .

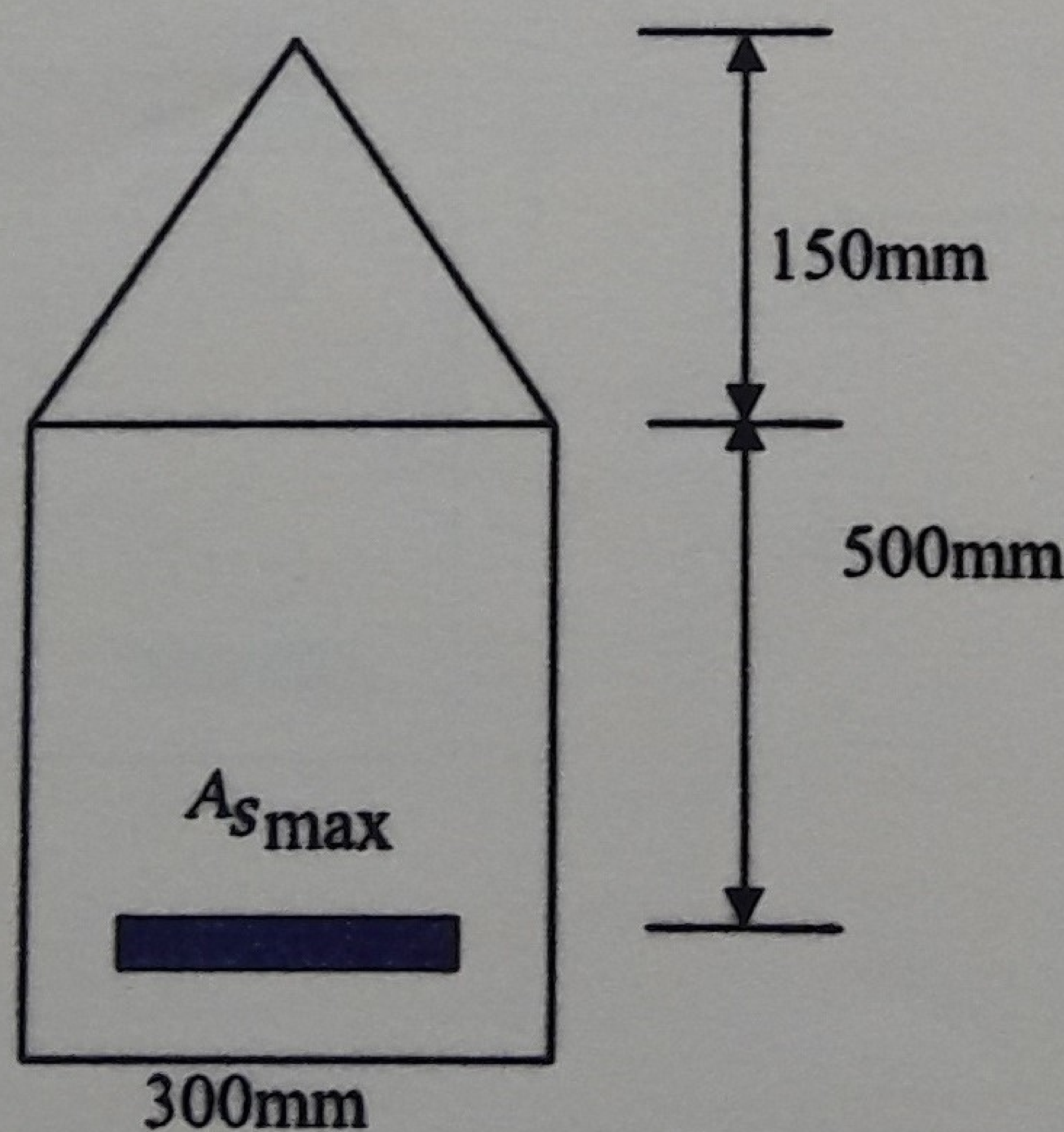
10.4 عتبة على شكل (T) ذات فضاء بسيط الإسناد مقداره (6m) يسلط عليها حمل منتظم يولد عزماً تصميمياً(بضمنه العزم الناتج عن الوزن الذاتي للعتبة) مقداره ($M_u = 705kN.m$) . إبعاد المقطع حسب متطلبات القص وانحناء البلاطة بين العتبات هي b = 500 mm، $h_f = 125mm$ ، $b_w = 250mm$ ، d = 500 mm ، كما أن خواص المواد هي

$f'_c = 30MPa$ ، $f_y = 400MPa$. احسب مساحة الحديد عند منتصف العتبة والعمق (h) . استخدم ($\phi 10mm$) لتسليح القص.

11.4 أرضية خرسانية تتكون من عتبات على شكل (T) متوازية البعد بين مراكزها (3m) وذات فضاء بسيط الإسناد مقداره (10m) صبت معها بلاطة خرسانية سمكها (150mm) فأصبحت أبعادها (bw = 350 mm) وعمقها الكلي من وجه البلاطة هو (700mm) . بالإضافة إلى وزن العتبة والبلاطة فان هناك حملاً خدمياً حياً مقداره ($10.8kN/m^2$) وحمل ميت أضافي مقداره ($2.4kN/m^2$). فإذا كانت $f'_c = 20MPa$ ، $f_y = 400MPa$ ، جد مساحة حديد التسليح المطلوبة واختر قضبان التسليح ونوعها وعددها وارسم مخطط لأحد العتبات كنموذج. افرض أن العمق الفعال اقل من العمق الكلي بمقداره (75mm).

12.4 عتبة خرسانية ذات عرض (600mm) حدد عمقها لمتطلبات معمارية فكان مقداره (400mm) يسلط عليها عزم تصميمي مقداره (543kN.m). صمم حديد الانحناء لهذه العتبة. استخدم حديد انضغاط إذا تطلب التصميم ذلك. المسافة من مراكز قضبان الشد والانضغاط إلى وجه العتبة (75 mm). استخدم $f'_c = 20MPa$ ، $f_y = 400MPa$ استخدم ($\phi 12mm$) لتسليح القص .

13.4 جد أقصى مساحة حديد تسليح مسموح بها حسب الكود للمقطع أدناه علماً أن $f'_c = 20MPa$ ، $f_y = 400MPa$.

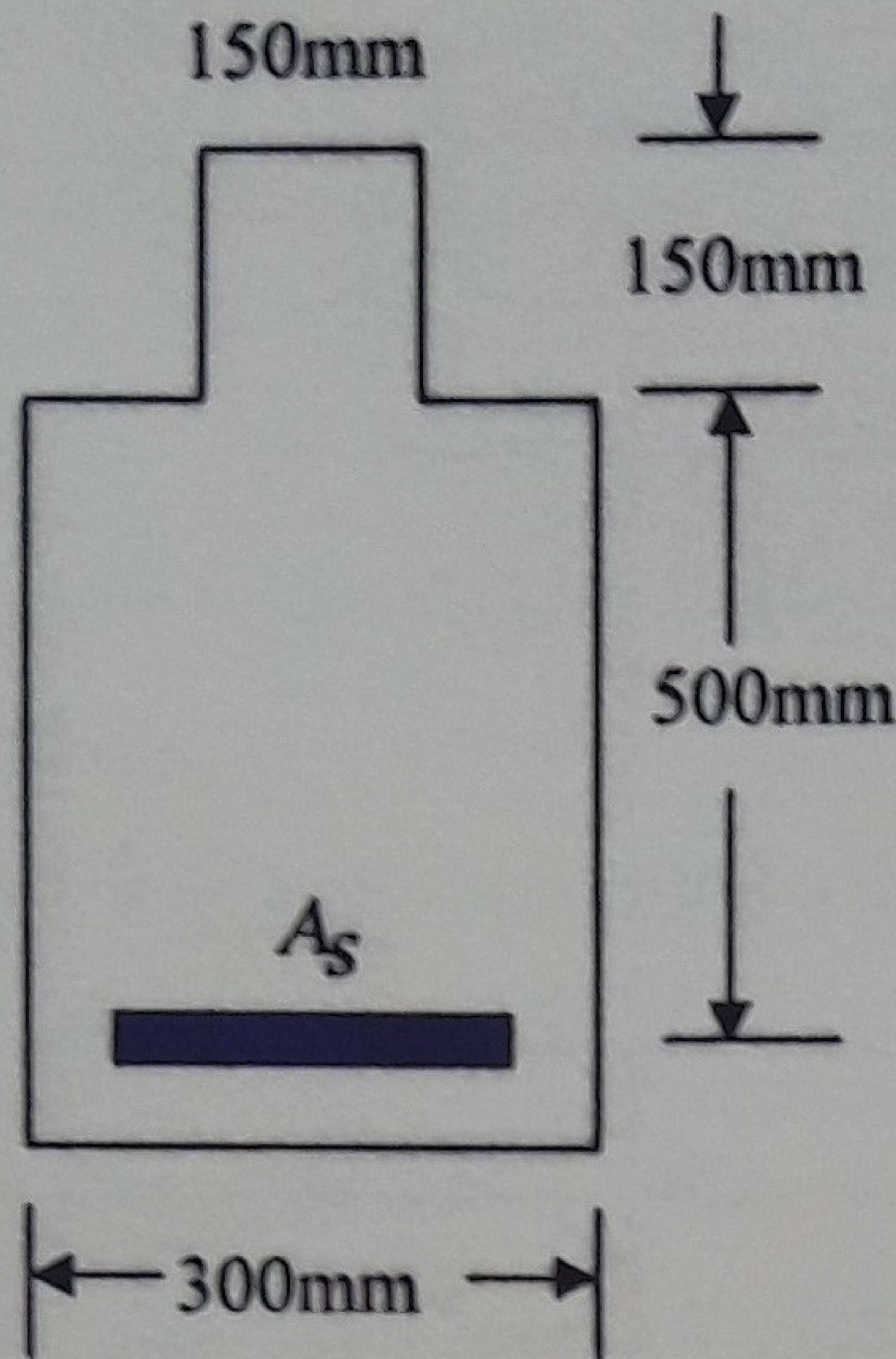


14.4 للمقطع أدناه:-

أ:- جد أقصى مساحة حديد تسليح مسموح بها حسب الكود.

ب:- جد مقدار الحديد إذا كان $M_u = 400\,kN.m$

استخدم $f_c' = 30\,MPa$ ، $f_y = 400\,MPa$



15.4 جد مساحة حديد التسليح للمقطع مزدوج التسليح أدناه اذا كان الحمل المركز المعامل $P_u = 200\,kN$ مستخدما $f_c' = 30\,MPa$ ،, $f_y = 400\,MPa$ $A_S' = 1000\,mm^2$

